



安徽理工大学

ANHUI UNIVERSITY OF SCIENCE & TECHNOLOGY

研究生课程

# 试验设计与分析

主讲 闵凡飞 教授

材料科学与工程学院

2020年5月

## 第二章 试验设计与分析概述

## 2.1 几个基本概念

- 1、**单元试验**：是指采用一份试样在一定的试验条件下所进行的一项完整的试验，在图上表现为一个试验单元数据点。
- 2、**重复试验**：在同一试验室中，由同一个操作者，用同一台仪器设备在相同的试验方法和试验条件下，对同一试样在短期内（不超过7天），所进行的连续两次或多次分析试验。
- 3、**试验指标**：根据试验目的的选定用来考察或衡量试验效果好坏的依据指标。试验可以是一个或多个试验指标，这主要根据试验要求而定，试验指标可分为：
  - （1）定性指标，是物质的性质决定的（分等级），如酸性；合格，不合格。
  - （2）定量指标，是数量性质的指标，像质量；成本；回收率等。

**4、试验因素：**对试验指标可能产生影响的原因或要素，它是试验时要考察的重要内容。

通常用大写字母A, B, C, ...表示  
试验因素通常分为：

（1）定性因素，设备及工艺等参数在试验中固定不变的因素。如菌种、药剂种类、设备、工艺方法等。

（2）定量因素，试验中要考察指标的数量因素。如药剂用量、温度变化值等。因素的确定：主要凭借专业知识和实践确定对选取指标有影响的，而且选取的这些因素要容易控制的。

5) **因素的水平**: 对同一因素要进行比较时所取的条件或属性。

在充分发挥专业技术水平的情况下, 所确定的因素水平值应尽量取试验效果的最佳区域或最接近的区域, 那么按这个因素的试验就可以使试验效率高一些 (尽可能的选择合理的水平, 以利于减少试验次数)。

6) **试验效应**: 是指由于试验条件发生变化所引起的试验指标发生变化的现象叫试验效应。

7) **交互作用**: 除了单个因素对试验指标产生影响外, 因素间还会联合起来影响试验指标, 这种联合作用的影响称为交互作用。

根据参与交互作用的因素的多少交互作用可分为:

一级交互作用: 两个因素, 记为:  $A \times B$ ;

二级交互作用: 三个因素, 记为:  $A \times B \times C$ ;

例：某农科所以对土地情况大体相同的四块大豆试验田用不同的方式施用氮肥和磷肥，结果第一块不加氮肥（N）和磷肥（P），平均亩产（R）200kg；第二块只加3kg氮肥，平均亩产215kg；第三块只加2kg磷肥，平均亩产225kg；第四块加2kg磷肥，3kg氮肥，平均亩产280kg。

氮肥的效应是： $215 - 200 = 15\text{kg}$

磷肥的效应是： $225 - 200 = 25\text{kg}$

假设N和P没有联合作用则第四块试验田的平均亩产应是240kg，而实际产量是280kg，多出了40kg，那么这40kg就是N和P的交互作用结果。



## 2.2 试验结果的分析方法

- 1. 直观分析法：通过对试验结果的简单计算，直接比较分析确定最佳效果。
- 2. 极差分析法：利用极差来描述某试验因素水平变化所引起的试验指标的离散程度，极差的大小可反映出试验中各因素所引起作用的大小，根据极差的大小排列出各因素的主次顺序，以极差大为影响大，为主要因素。

例：考察两种不同的浮选药剂对浮选精煤产率的影响

因素 水平	起泡剂 A	捕收剂 B
1	75	71
2	80	73
3	74	72
极差 R	6	2

3. 图象分析法：利用因素水平做横坐标，采用每个水平下的试验指标的平均值作为纵坐标绘制图象，然后从图象上分析，从而找出试验因素和试验指标之间的关系。

4. 方差分析法：方差是反映试验结果数据间的离散程度的指标，将各因素对试验指标的影响从试验误差中分离出来，是一种定量分析方法，可比性较强。

5、回归分析方法（模型法）：

回归分析方法是用来寻找试验因素与试验指标之间是否存在函数关系的一种方法。一般回归方程的表示方法如下：

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + \cdots + b_nx_n$$



## 2.3 试验设计中的误差控制

### 1. 试验误差

#### 1、系统误差

系统误差是由于偏离测量规定的条件，或者测量方法不合适，按某一确定的规律所引起的误差。在同一试验条件下，多次测量同一量值时，系统误差的绝对值和符号保持不变，或在条件改变时，按一定规律变化造成的，这些误差因素是可以掌握的。

影响因素：

- (1) 测量人员：习惯偏于某一方向；动态测量时，记录某一信号，有滞后的倾向。
- (2) 测量仪器装置：仪器装置结构设计原理存在缺陷。
- (3) 测量方法：采取近似的测量方法或近似的计算公式等引起的误差。
- (4) 测量环境：测量时的实际温度对标准温度的偏差，测量过程中温度、湿度等按一定规律变化的误差。

## 2、随机误差(或称偶然误差)

在同一条件下，多次测量同一量值时，绝对值和符号以不可预定方式变化着的误差，称为偶然误差。

统计规律性，主要表现为：（1）绝对值相等的正负误差出现的几率相同，即分布是对称的。（2）绝对值很大的误差，出现的概率近于零，亦即误差有一定的界限。（3）绝对值小的误差出现的概率大，而绝对值大的出现的概率小，因而概率最大的测定值，其误差最小，它最接近于真值。（4）重复试验的次数 $n \rightarrow \infty$ 时，由于在求和过程中，正负误差相互抵消，故全部误差代数和恒为零。（5）误差的分布主要有正态分布、均匀分布、 $\chi^2$ 分布、F分布等。

影响因素：

(1) 测量人员：瞄准、读数的不稳定等。

(2) 测量仪器装置：零部件、元器件配合的不稳定，零部件的变形、零件表面油膜不均、摩擦等。

(3) 测量环境：测量温度的微小波动，湿度、气压的微量变化，光照强度变化、灰尘、电磁场变化等。

### 3、粗大误差(或称过失误差)

明显歪曲测量结果的误差称为粗大误差。凡包含粗大误差的测量值称之为坏值。发生粗大误差的原因

主要有两个方面：

(1) 测量人员的主观原因：由于测量者责任心不强，工作过于疲劳、缺乏经验操作不当，或在测量时不仔细、不耐心、马马虎虎等，造成读错、听错、记错等。

(2) 客观条件变化的原因：测量条件意外的改变(如外界振动等)，引起仪器示值或被测对象位置的改变而造成的粗大误差。

通过上面的讨论可知：① 对试验结果进行误差分析时，只讨论系统误差和随机误差两大类，而坏值在试验过程和分析中随时剔除；② 一个精密的测量(即精密度很高，随机误差很小的测量)可能是正确的，也可能是错误的(当系统误差很大，超出了允许的限度时)。

## 2. 坏值及其剔除

### 1、拉伊达准则

该方法按正态分布理论，以最大误差范围 $3\sigma$ 为依据进行判别。设有一组重复测量值 $x_i(i=1,2,\dots,n)$ ，其子样偏差为  $\Delta x_i = x_i - \bar{x}$  则标准偏差：

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2}$$

如果某测量值 $x_i(1 \leq i \leq n)$ 的偏差 $|\Delta x_i| > 3s$ 时，则认为 $x_i$ 是含有粗差的坏值。

例 对某物理量进行15次等精度测量，测量值为：28.39，28.39，28.40，28.41，28.42，28.43，28.40，28.30，28.39，28.42，28.43，28.40，28.43，28.42，28.43。试用拉伊特方法判断该测量数据的坏值，并剔除。

$$\bar{x} = \frac{1}{15} \sum_{i=1}^{15} x_i = 28.404$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{15-1} \sum_{i=1}^{15} (\Delta x_i)^2} = 0.033$$

$$3s = 3 \times 0.033 = 0.099$$

这组测量数据中的最大值 $x_{\max} = 28.43$ ，最小值 $x_{\min} = 28.30$

最大值的偏差为： $\Delta x_8 = 28.30 - 28.404 = -0.104$

最小值的偏差为： $\Delta x_6 = 28.43 - 28.404 = 0.026$

由拉伊特方法可知： $\Delta x_8 = -0.104$ 不在区间 $(-0.099, 0.099)$ 范围内， $x_8 = 28.30$ 是坏值，应剔除。

## 2、格拉布斯准则

设有一组重复测量值 $x_i(i=1,2,\dots,n)$ ，其子样偏差为  $\Delta x_i = x_i - \bar{x}$   
对于任一测量数据，定义统计量：

$$g_i = \frac{|\Delta x_i|}{s}$$

选取显著性水平为 $\alpha$ ，如果某一测量值 $x_i$ 所对应的 $g_i$ 满足  $g_i > g_\alpha(n)$ ，则认为在显著性水平 $\alpha$ 时，该测量值为坏值，应予以剔除。其中 $g_\alpha(n)$ 为格拉布斯临界值，可以查相关表格获得（见下表）。

其基本原理是正态分布下测量值 $g_i > g_\alpha(n)$ 的概率很小为 $\alpha$ ，若小概率事件发生则认为该数据为坏值。

n	$\alpha$		n	$\alpha$		n	$\alpha$	
	0.01	0.05		0.01	0.05		0.01	0.05
3	1.15	1.15	11	2.48	2.24	20	2.88	2.56
4	1.49	1.46	12	2.55	2.29	22	2.94	2.60
5	1.75	1.67	13	2.61	2.33	24	2.99	2.64
6	1.94	1.82	14	2.66	2.37	25	3.01	2.66
7	2.10	1.94	15	2.70	2.41	30	3.10	2.74
8	2.22	2.03	16	2.74	2.44	35	3.18	2.81
9	2.32	2.11	17	2.78	2.48	40	3.24	2.87
10	2.41	2.18	18	2.82	2.50	50	3.34	2.96

基本步骤：

- 1) 将测量数据进行排序；
- 2) 计算测量数据偏差 $\Delta x_i$ 和样本标准偏差s；
- 3) 根据样本容量（测量数据个数）和选取的显著性水平 $\alpha$ 查表得 $g_\alpha(n)$ ；
- 4) 对偏差最大的数据进行判断是否出现 $g_i > g_\alpha(n)$ ，若没有则

结束，如果有数据为坏值，则剔除坏值后按上述步骤对剩余继续进行判断，直至结束。

例 用格拉布斯方法判断是否存在坏值( $\alpha=0.05$ )。

$$\bar{x} = \frac{1}{15} \sum_{i=1}^{15} x_i = 28.404$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{15-1} \sum_{i=1}^{15} (\Delta x_i)^2} = 0.033$$

当 $n=15$ 时，查表得 $g_\alpha(n) = 2.41$ ， $g_\alpha(n) s = 2.41 \times 0.033 = 0.080$ 。



这组测量数据中的最大值 $x_{\max}=28.43$ ，最小值 $x_{\min}=28.30$ 。

最大值的偏差为： $\Delta x_8=28.30-28.404=-0.104$

最小值的偏差为： $\Delta x_6=28.43-28.404=0.026$

由格拉布斯方法可知： $\Delta x_8=-0.104$ 不在区间 $(-0.080, 0.080)$ 范围内， $x_8=28.30$ 是坏值，应剔除。

### 3、狄克逊准则

设有一组重复测量值 $x_i(i=1,2,\dots,n)$ ，其子样偏差为  $\Delta x_i = x_i - \bar{x}$   
对上述数据按从小到大的顺序排序，得到：

$$x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n-1)} \leq x_{(n)}$$

如果上述测量值中含有粗大误差的测量数据，首先值得怀疑的是 $x_{(1)}$ 和  $x_{(n)}$ ，狄克逊首先定义了一个与 $x_{(1)}$ 或  $x_{(n)}$ 有关的统计量 $d_0$ （计算方法见相关表格），如果 $d_0 > d_\alpha(n)$ ，则认为在显著性水平 $\alpha$ 下， $x_{(1)}$ 或  $x_{(n)}$ 中含有粗大误差，应予以剔除。其中 $d_\alpha(n)$ 为格拉布斯临界值，可以查相关表格获得（见下表）。

表 1-5 狄克逊检验临界值  $d_r(n)$  及  $d_0$  的计算公式

n	$d_r(n)$		$d_0$ 的计算公式	
	$\alpha=0.01$	$\alpha=0.05$	$x_{(1)}$ 可疑时	$x_{(n)}$ 可疑时
3	0.988	0.941		
4	0.889	0.765		
5	0.780	0.642	$\frac{x_{(3)} - x_{(1)}}{x_{(4)} - x_{(1)}}$	$\frac{x_{(4)} - x_{(n-1)}}{x_{(4)} - x_{(1)}}$
6	0.698	0.560		
7	0.637	0.507		
8	0.683	0.554		
9	0.635	0.512	$\frac{x_{(3)} - x_{(1)}}{x_{(8-1)} - x_{(1)}}$	$\frac{x_{(4)} - x_{(n-1)}}{x_{(8)} - x_{(1)}}$
10	0.597	0.477		
11	0.679	0.576		
12	0.642	0.546	$\frac{x_{(3)} - x_{(1)}}{x_{(10-1)} - x_{(1)}}$	$\frac{x_{(4)} - x_{(n-1)}}{x_{(10)} - x_{(1)}}$
13	0.615	0.521		
14	0.641	0.546		
15	0.616	0.525		
16	0.595	0.507		
17	0.577	0.490		
18	0.561	0.475		
19	0.547	0.462		
20	0.535	0.450	$\frac{x_{(3)} - x_{(1)}}{x_{(18-1)} - x_{(1)}}$	$\frac{x_{(4)} - x_{(n-2)}}{x_{(18)} - x_{(1)}}$
21	0.524	0.440		
22	0.515	0.430		
23	0.505	0.421		
24	0.497	0.413		
25	0.489	0.406		

基本步骤：

- 1) 将测量数据进行排序；
- 2) 计算测量数据偏差 $\Delta x_i$ 和样本标准偏差 $s$ ；
- 3) 根据样本容量（测量数据个数）和选取的显著性水平 $\alpha$ 查表得 $d_\alpha(n)$ 并计算 $d_0$ ；
- 4) 对偏差最大的数据进行判断是否出现 $d_0 > d_\alpha(n)$ ，若没有则结束，如果有数据为坏值，则剔除坏值后按上述步骤对剩余继续进行判断，直至结束。

### 3.误差控制-费歇尔三原则

所谓真实可靠，就是要实现结果的再现性，正确地估计出误差值。这就要求在进行试验设计时，对试验的设计和各種误差加以妥善的处理，这就是通常所说的试验误差控制问题。在试验设计中其有一套独特的方法，称之为费歇尔(Fisher)三原则。

#### 1、重复测量原则

1) 提高试验的精度； 2) 计算误差。

#### 2、随机化原则

打乱测定的次序，不按固定的次序进行读数，这就是随机化方法随机化是使系统误差转化为偶然误差的有效方法。

(学生成绩、身高等)

#### 3、局部控制原则

1) 将待比较的水平，设置在差异较小的区组内以减少试验误差的原则，称为局部控制； 2) 诸如地理、原材料以及实验日期等。

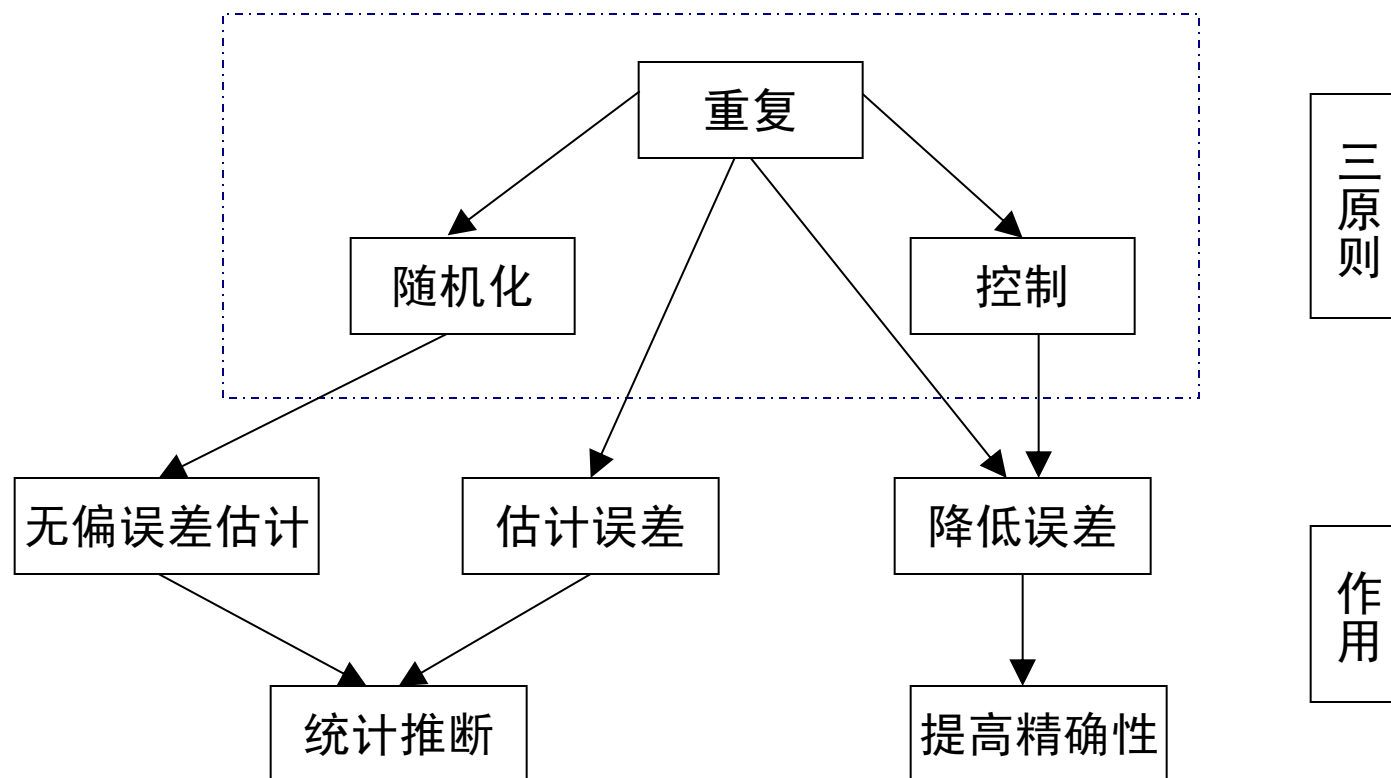
**Fisher**三原则是设计试验、组织试验应遵循的重要原则，按照这一原则组织与设计试验可以得到满意的信息，能够消除某些因素带来的影响，防止各种因素相互混杂。

## 4.试验设计方法

### 1、因素的选取

1) 根据专业知识确定因素； 2) 不要漏掉影响大的因素； 3) 通过单因素试验确定影响因素； 4) 因素不要选择太多，最好不要超过8个； 5) 考虑可能有交互作用的因素； 6) 尽量减少不必要考虑的因素。

# 误差控制三原则的关系及作用



## 2、因素水平的选择

- 1) 定性因素水平的选择相对简单；
- 2) 定量因素水平的选择要考虑不要漏掉最优点，间距不要太大；
- 3) 水平的间距也不能选择的太小，以免带来较大的工作量；
- 4) 通常取2-3个水平就可以满足要求；
- 5) 实际应用数值范围内；
- 6) 对不了解的试验，可以采用探索试验的方法进行确定；
- 7) 因素水平的变化应能引进指标的变化。

## 5. 常用试验设计法

- 1、单因素试验设计法
- 2、析因试验设计法
- 3、分割试验设计方法
- 4、正交试验设计方法
- 5、均匀试验设计法