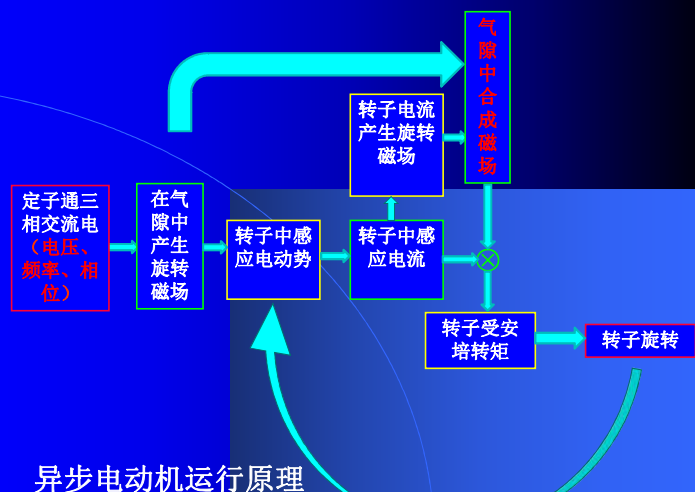


## 第7章

### 基于动态模型的异步电动机调速系统

## 内容提要

- 异步电动机三相数学模型
- 异步电动机动态数学模型的性质
- 坐标变换
- 异步电动机在正交坐标系上的动态数学模型
- 异步电动机按转子磁链定向的矢量控制系统
- 异步电动机按定子磁链控制的直接转矩控制系统
- 直接转矩控制系统与矢量控制系统的比较



## 7.1 异步电动机的三相数学模型

- 假设：**
  - 忽略空间谐波，三相绕组对称，产生的磁动势沿气隙按正弦规律分布。
  - 忽略磁路饱和，各绕组的自感和互感都是恒定的。
  - 忽略铁心损耗。
  - 不考虑频率变化和温度变化对绕组电阻的影响。
  - 无论异步电动机转子是绕组型还是笼型的，都可以等效成三相绕组转子，并折算到定子侧，折算后的定子和转子绕组匝数相等。
  - 异步电动机三相绕组可以是Y连接，也可以是Δ连接。若三相绕组为Δ连接，可先用Δ—Y变换，等效为Y连接。然后，按Y连接进行分析和设计。

## 三相异步电动机的物理模型

- 异步电动机原始模型两个坐标系！

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

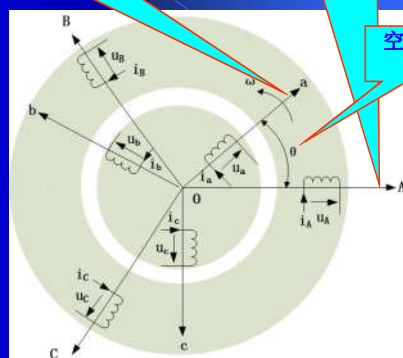


图7-1 三相异步电动机的物理模型（将转子折算到定子侧）

- 定子三相绕组轴线A、B、C在空间是固定的。
- 转子绕组轴线a、b、c随转子旋转。
- $\theta$ 为a轴与A轴的夹角， $\omega$ 为电动机角速度。

$$\theta = \int \omega dt$$

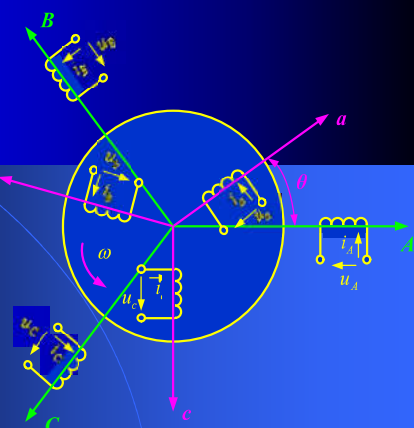


图6-3 交流异步电动机的物理模型

## 7.1.1 异步电动机三相动态模型数学表达式

- 异步电动机的动态数学模型：
- 磁链方程；
- 电压方程；
- 转矩方程；
- 运动方程。

## 1. 磁链方程 $\Psi = Li$

- 异步电动机每个绕组的磁链是它本身的自感磁链和其它绕组对它的互感磁链之和，六个绕组的磁链可用下式表示：

$$\begin{bmatrix} \Psi_A \\ \Psi_B \\ \Psi_C \\ \Psi_a \\ \Psi_b \\ \Psi_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{AA} & L_{AB} & L_{AC} & L_{Aa} & L_{Ab} & L_{Ac} \\ L_{BA} & L_{BB} & L_{BC} & L_{Ba} & L_{Bb} & L_{Bc} \\ L_{CA} & L_{CB} & L_{CC} & L_{Ca} & L_{Cb} & L_{Cc} \\ L_{aA} & L_{aB} & L_{aC} & L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{bA} & L_{bB} & L_{bC} & L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{cA} & L_{cB} & L_{cC} & L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \\ i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

$\Psi_A, \Psi_B, \Psi_C, \Psi_a, \Psi_b, \Psi_c$  各相绕组的全磁链

## 自感

- 对于每一相绕组来说，它所交链的磁通是互感磁通（主磁通）与漏感磁通之和，因此，定子各相绕组自感系数为：

$$L_{AA} = L_{BB} = L_{CC} = L_{ms} + L_{ls} \quad (7-2)$$

转子各相自感为：

$$L_{aa} = L_{bb} = L_{cc} = L_{mr} + L_{lr} \quad (L_{mr} = L_{ms}) \quad (7-3)$$

$L_{ms}$ ：与定子一相绕组交链的最大互感磁通对应的定子互感。

$L_{ls}$ 、 $L_{lr}$ ：定、转子漏感。

## 互感

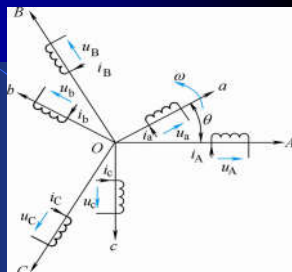
- 互感分为两类：
- 1. 定子三相彼此之间和转子三相彼此之间位置都是固定的，故互感为常值；
- 2. 定子任一相与转子任一相之间的位置是变化的，互感是角位移的函数。

$$\begin{bmatrix} \Psi_A \\ \Psi_B \\ \Psi_C \\ \Psi_a \\ \Psi_b \\ \Psi_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{AA} & L_{AB} & L_{AC} & L_{Aa} & L_{Ab} & L_{Ac} \\ L_{BA} & L_{BB} & L_{BC} & L_{Ba} & L_{Bb} & L_{Bc} \\ L_{CA} & L_{CB} & L_{CC} & L_{Ca} & L_{Cb} & L_{Cc} \\ L_{aA} & L_{aB} & L_{aC} & L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{bA} & L_{bB} & L_{bC} & L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{cA} & L_{cB} & L_{cC} & L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \\ i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

## 第一类互感：定子三相间或转子三相间互感

- 因为三相绕组轴线彼此在空间的相位差是  $\pm \frac{2\pi}{3}$ ，在假定磁动势沿气隙按正弦规律分布的条件下，互感值应为：

即有：
$$L_{ms} \cos \frac{2\pi}{3} = L_{ms} \cos(-\frac{2\pi}{3}) = -\frac{1}{2} L_{ms}$$



- 定子三相间或转子三相间互感

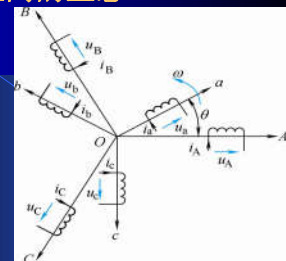
$$L_{AB} = L_{BC} = L_{CA} = L_{BA} = L_{CB} = L_{AC} = -\frac{1}{2} L_{ms} \quad (7-4)$$

$$L_{ab} = L_{bc} = L_{ca} = L_{ba} = L_{cb} = L_{ac} = -\frac{1}{2} L_{ms}$$

互感为负值，说明互感磁链起弱磁作用。

## 第二类互感：定、转子绕组间的互感

定子绕组任一相与转子绕组任一相之间的互感，因相对位置是变化的，互感是角位移  $\theta$  的函数。



$$\begin{aligned} L_{Aa} &= L_{aA} = L_{Bb} = L_{bB} = L_{Cc} = L_{cC} = L_{ms} \cos \theta \\ L_{Ab} &= L_{bA} = L_{Bc} = L_{cB} = L_{Ca} = L_{aC} = L_{ms} \cos(\theta + 120^\circ) \\ L_{Ac} &= L_{cA} = L_{Ba} = L_{aB} = L_{Cb} = L_{bC} = L_{ms} \cos(120^\circ - \theta) \end{aligned} \quad (7-5)$$

当定、转子相应的两相绕组轴线重合时，相应两者之间的互感值达最大  $L_{ms}$ 。

- 用分块矩阵表示的磁链方程：

$$\begin{bmatrix} \psi_A \\ \psi_B \\ \psi_C \\ \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{AA} & L_{AB} & L_{AC} & L_{Aa} & L_{Ab} & L_{Ac} \\ L_{BA} & L_{BB} & L_{BC} & L_{Ba} & L_{Bb} & L_{Bc} \\ L_{CA} & L_{CB} & L_{CC} & L_{Ca} & L_{Cb} & L_{Cc} \\ L_{aA} & L_{aB} & L_{aC} & L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{bA} & L_{bB} & L_{bC} & L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{cA} & L_{cB} & L_{cC} & L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \\ i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

$$\Psi = \mathbf{L} \mathbf{i} \quad \begin{bmatrix} \psi_A \\ \psi_B \\ \psi_C \\ \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_s \\ \psi_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{ss} & \mathbf{L}_{sr} \\ \mathbf{L}_{rs} & \mathbf{L}_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_s \\ \mathbf{i}_r \end{bmatrix}$$

## 定子电感矩阵

$$\mathbf{L}_{ss} = \begin{bmatrix} L_{ms} + L_{ls} & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ms} + L_{ls} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ms} + L_{ls} \end{bmatrix} \quad (7-7)$$

## 转子电感矩阵

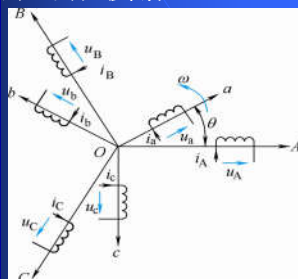
$$\mathbf{L}_{rr} = \begin{bmatrix} L_{ms} + L_{lr} & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ms} + L_{lr} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ms} + L_{lr} \end{bmatrix} \quad (7-8)$$

## 定、转子互感矩阵

$$\mathbf{L}_{rs} = \mathbf{L}_{sr}^T = L_{ms} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - 120^\circ) & \cos(\theta + 120^\circ) \\ \cos(\theta + 120^\circ) & \cos \theta & \cos(\theta - 120^\circ) \\ \cos(\theta - 120^\circ) & \cos(\theta + 120^\circ) & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (7-9)$$

式中， $\theta$  为定子 A 轴和转子 a 轴间的空间位移角；

注：以上两个分块矩阵互为转置，且各元素均与转子位置有关，均是变参数的，这是系统非线性的一个根源。



## 2. 电压方程

- 三相绕组电压平衡方程

$$\begin{aligned} u_A &= i_A R_s + \frac{d\psi_A}{dt} & u_a &= i_a R_r + \frac{d\psi_a}{dt} \\ u_B &= i_B R_s + \frac{d\psi_B}{dt} & u_b &= i_b R_r + \frac{d\psi_b}{dt} \\ u_C &= i_C R_s + \frac{d\psi_C}{dt} & u_c &= i_c R_r + \frac{d\psi_c}{dt} \end{aligned}$$

- 将电压方程写成矩阵形式

$$\begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \\ u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \\ i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_A \\ \psi_B \\ \psi_C \\ \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} \quad (7-12)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{R} \mathbf{i} + \frac{d\boldsymbol{\psi}}{dt}$$

这里电压电流均为瞬时值，磁链为各绕组的瞬时全磁链

- 把磁链方程代入电压方程，展开得：

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \mathbf{R} \mathbf{i} + \frac{d}{dt} (\mathbf{L} \mathbf{i}) = \mathbf{R} \mathbf{i} + \mathbf{L} \frac{d\mathbf{i}}{dt} + \frac{d\mathbf{L}}{dt} \mathbf{i} \\ &= \mathbf{R} \mathbf{i} + \mathbf{L} \frac{d\mathbf{i}}{dt} + \frac{d\mathbf{L}}{d\theta} \boldsymbol{\omega} \mathbf{i} \end{aligned}$$

其中： $\boldsymbol{\omega} = \frac{d\theta}{dt}$

$\mathbf{L} \frac{d\mathbf{i}}{dt}$  —— 由于电流变化引起的脉变电动势或称变压器电动势；

$\frac{d\mathbf{L}}{d\theta} \boldsymbol{\omega} \mathbf{i}$  —— 由于定、转子相对位置变化产生的与转速  $\boldsymbol{\omega}$  成正比的旋转电动势。

### 3. 转矩方程

$$T_e = -n_p L_{ms} [(i_A i_a + i_B i_b + i_C i_c) \sin \theta + (i_A i_b + i_B i_c + i_C i_a) \sin(\theta + 120^\circ) + (i_A i_c + i_B i_a + i_C i_b) \sin(\theta - 120^\circ)]$$

■ **物理概念**：任意一相定子绕组与任意一相转子绕组间的电磁转矩之和。

### 4. 运动方程

$$\frac{J}{n_p} \frac{d\omega}{dt} = T_e - T_L$$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$\frac{GD^2}{375} \frac{dn}{dt} = T_e - T_L$$

### 7.1.2 异步电动机三相原始模型的性质

#### ● 1. 非线性强耦合性

非线性耦合体现在电压方程、磁链方程与转矩方程。既存在定子和转子间的耦合，也存在三相绕组间的交叉耦合。

#### ● 2. 非线性变参数

旋转电动势和电磁转矩中都包含变量之间的乘积，这是非线性的基本因素。定转子间的相对运动，导致其夹角 $\theta$ 不断变化，使得**互感矩阵为非线性变参数矩阵**。

#### 3. 非独立性

- 异步电动机三相绕组为Y无中线连接，若为 $\Delta$ 连接，可等效为Y连接。

$$\psi_A + \psi_B + \psi_C = 0$$

$$\psi_a + \psi_b + \psi_c = 0$$

$$i_A + i_B + i_C = 0$$

$$i_a + i_b + i_c = 0$$

$$u_A + u_B + u_C = 0$$

$$u_a + u_b + u_c = 0$$

- 三相变量中只有两相是独立的，因此**三相原始数学模型并不是物理对象最简洁的描述**。

### 小结

- **异步电动机的数学模型**的特点主要表现在以下三个方面：

(1) **多变量**：异步电动机变压变频调速时需要进行电压（或电流）和频率的协调控制，有电压（或电流）和频率两种独立的输入变量。在输出变量中，除转速外，磁通也是一个输出变量。

(MIMO)

(2) **非线性**：异步电动机无法单独对磁通进行控制，电流乘磁通产生转矩，转速乘磁通产生感应电动势，在数学模型中含有两个变量的乘积项。

(3) **高阶、强耦合性**：三相异步电动机三相绕组存在交叉耦合，每个绕组都有各自的电磁惯性，再考虑运动系统的机电惯性，转速与转角的积分关系等，动态模型是一个高阶系统。

- **异步电动机的动态数学模型**是一个高阶、非线性、强耦合的多变量系统（多输入、多输出）。



## 7.2 坐标变换

- 异步电动机三相原始动态模型相当复杂，导致异步电动机控制十分困难。**简化的基本方法就是坐标变换。**

### 7.2.1 坐标变换的基本思路

**能否**将交流电动机的物理模型等效地变换成类似直流电动机的模型？



1. 简化模型
2. 分析得出等效直流电动机模型

#### 1. 简化模型-----非独立性

$$\begin{aligned} \psi_A + \psi_B + \psi_C &= 0 & \psi_a + \psi_b + \psi_c &= 0 \\ i_A + i_B + i_C &= 0 & i_a + i_b + i_c &= 0 \\ u_A + u_B + u_C &= 0 & u_a + u_b + u_c &= 0 \end{aligned}$$

- 非独立性**：三相变量中只有两相为独立变量，完全可以消去一相。
- 所以，三相绕组可以用**相互独立的两相正交对称绕组**等效代替。
  - 所谓**独立**是指两相绕组间无约束条件；
  - 所谓**对称**是指两相绕组的匝数和阻值相等；
  - 所谓**正交**是指两相绕组在空间互差90度。

- 在交流电动机三相对称的静止绕组A、B、C中，通以三相平衡的正弦电流，所产生的合成磁动势是旋转磁动势F，它在空间呈正弦分布，以同步转速（即电流的角频率）顺着A-B-C的相序旋转。

- 两相绕组**，通以两相平衡交流电流，也能产生旋转磁动势。
- 当**三相绕组**和**两相绕组**产生的**旋转磁动势大小和转速都相等时**，即认为两相绕组与三相绕组**等效**。

#### 三相-两相变换（3/2变换） $ABC \Leftrightarrow \alpha\beta$

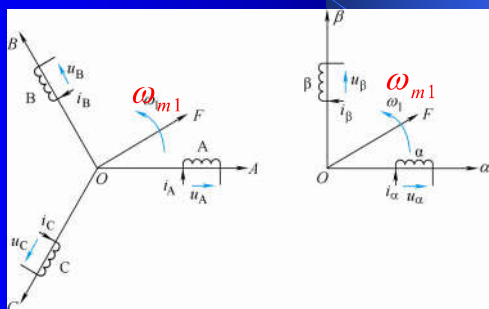
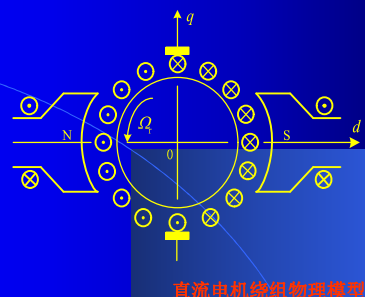


图7-3 三相坐标系和两相坐标系物理模型

#### 2 直流电动机的模型



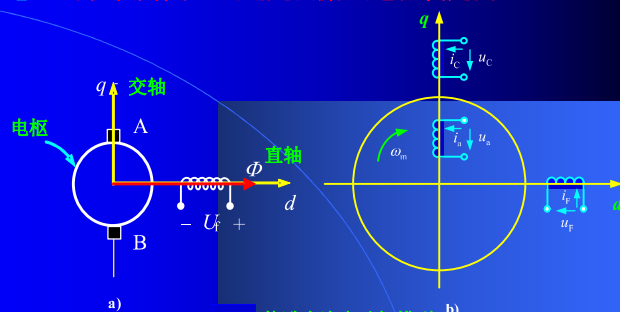
直流电动机物理模型

直流电动机有电枢绕组、励磁绕组和补偿绕组。转子上的电枢绕组通过电刷与外电路相连，通入直流电。在转子旋转过程中，由于电刷的作用电枢绕组产生的磁场的轴线不变，这种导体旋转而轴线静止的绕组称之为“**伪静止绕组**”。

**直流电机特点：**励磁和电枢各自产生磁动势空间相差90度，无交叉耦合，通过**励磁电流控制磁通**，通过**电枢电流控制电磁转矩**。

**直流电机动态数学模型：**一个输入-电枢电压，一个输出-转速，可用**单输入单输出**的线性系统描述。

直流电动机的励磁绕组是固定在凸极式定子上的，其产生的磁场空间位置轴线与电枢绕组轴线相互垂直，即它们之间**没有互感**。可以认为其主磁通是由励磁电流决定的。



励磁绕组位于直轴（d轴）方向，电枢绕组与补偿绕组轴线位于交轴（q轴）方向上。

### 等效直流电动机模型

#### 坐标变换：静止两相-旋转正交变换（2s/2r）

两个匝数相等相互正交的绕组d、q，分别通以直流电流，产生合成磁动势F，其位置相对于绕组来说是固定的。

如果人为地让包含两个绕组在内的铁心以同步转速旋转，磁动势F自然也随之旋转起来，成为旋转磁动势。

若旋转磁动势的大小和转速与静止的两相交流绕组产生的旋转磁动势相等，则**旋转的直流绕组也就和静止的两相交流绕组等效了**。

#### 坐标变换：静止两相-旋转正交变换（2s/2r）

$$\alpha\beta \Leftrightarrow dq$$

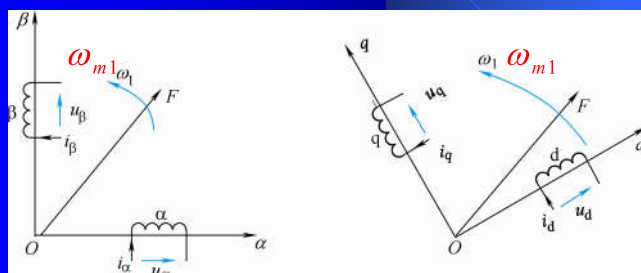


图7-4 静止两相坐标系和旋转正交坐标系的物理模型

因此，坐标变换包括：

**三相-两相变换（3/2变换）**  $ABC \Leftrightarrow \alpha\beta$

**两相静止-旋转正交变换（2s/2r变换）**  $\alpha\beta \Leftrightarrow dq$

### 坐标变换等效关系

如何求出 $i_A$ 、 $i_B$ 、 $i_C$ 与 $i_\alpha$ 、 $i_\beta$ 和 $i_d$ 、 $i_q$ 之间准确的等效关系，这就是坐标变换的任务。

## 坐标变换的原则

- 1 坐标变换后的电流应保持气隙磁动势不变
- 2 坐标变换前后电动机的功率不变

## 7.3.2 三相-两相变换 (3/2变换) 关系 $ABC \Leftrightarrow \alpha\beta$

- 三相静止绕组等效变换成二相静止绕组

- 如何实现这种变换?
- 从产生等效磁动势入手。

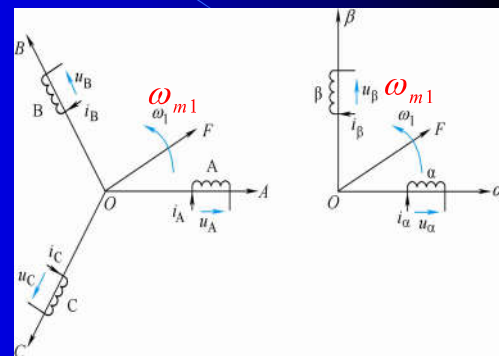


图7-3 三相坐标系和两相坐标系物理模型

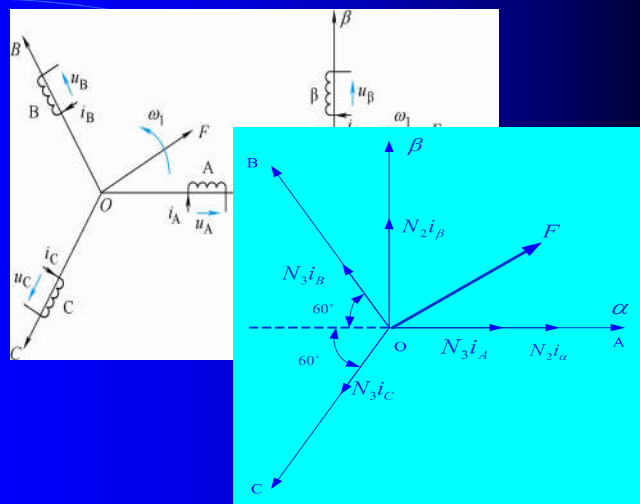


图7-5 三相坐标系和两相坐标系中的磁动势矢量

## 磁动势相等

- 按照磁动势相等的等效原则，三相合成磁动势与二相合成磁动势相等，故两套绕组磁动势在  $\alpha\beta$  轴上的投影都应相等，
- 因此：

$$F_{2\alpha} = F_{3\alpha} \quad F_{2\beta} = F_{3\beta} \quad \rightarrow F_2 = F_3 = F$$

$$N_2 i_{\alpha} = N_3 i_A - N_3 i_B \cos 60^\circ - N_3 i_C \cos 60^\circ = N_3 (i_A - \frac{1}{2} i_B - \frac{1}{2} i_C)$$

$$N_2 i_{\beta} = N_3 i_B \sin 60^\circ - N_3 i_C \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} N_3 (i_B - i_C)$$

$$N_2 i_{\alpha} = N_3 i_A - N_3 i_B \cos \frac{\pi}{3} - N_3 i_C \cos \frac{\pi}{3} \quad \bullet \text{ 写成矩阵形式:}$$

$$= N_3 (i_A - \frac{1}{2} i_B - \frac{1}{2} i_C)$$

$$N_2 i_{\beta} = N_3 i_B \sin \frac{\pi}{3} - N_3 i_C \sin \frac{\pi}{3}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} N_3 (i_B - i_C)$$

- 按照变换前后总功率不变，匝数比为:  $\frac{N_2}{N_3} = \sqrt{\frac{2}{3}}$

3/2变换矩阵为:

3/2电流变换关系为:

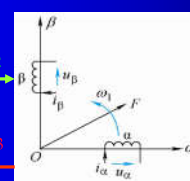
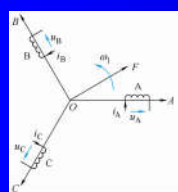
$$C_{3/2} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \quad (7-29)$$

$$\begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix}$$

- 两相坐标系变换到三相坐标系 (简称2/3变换) 的变换矩阵:

$$C_{2/3} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

2/3变换电流关系为:



$$\begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \end{bmatrix}$$

- 考虑到

$$i_A + i_B + i_C = 0$$

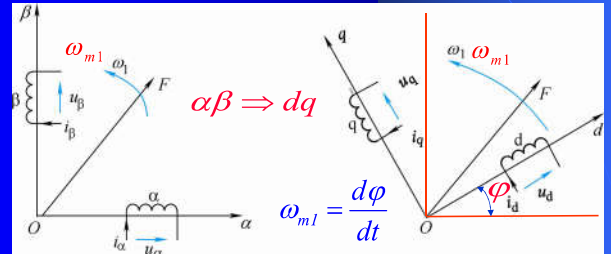
- 也可以写作

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{3}{2}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}} & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix}$$

- 电压变换阵和磁链变换阵与电流变换阵相同。

### 7.3.3 静止两相-旋转正交变换关系 2s/2r $\alpha\beta \Leftrightarrow dq$

——两相静止绕组等效转换成二个旋转的直流绕组



- 根据两套绕组产生的磁动势在  $dq$ 、 $\alpha\beta$  轴上的投影应相等的原则：（取匝数一样）

1) 静止两相  $\rightarrow$  旋转正交变换

$$\alpha\beta \Rightarrow dq$$

$$N_2 i_q = N_2 i_\alpha \cos \varphi + N_2 i_\beta \cos(90^\circ - \varphi)$$

$$N_2 i_d = -N_2 i_\alpha \sin \varphi + N_2 i_\beta \cos \varphi$$

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = C_{2s/2r} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix}$$

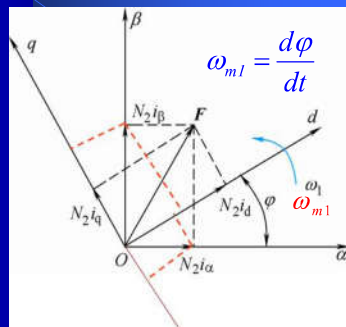
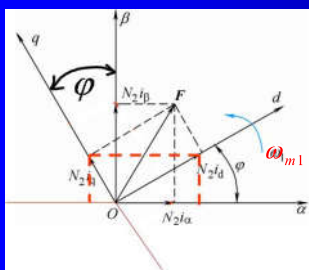


图7-6 静止两相坐标系和旋转正交坐标系中的磁动势矢量

- 静止两相到旋转正交坐标系的变换阵为：

$$C_{2s/2r}(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}$$

2) 旋转正交坐标系  $\rightarrow$  静止两相坐标系的变换  $dq \Rightarrow \alpha\beta$



$$N_2 i_\alpha = N_2 i_d \cos \varphi - N_2 i_q \cos(90^\circ - \varphi)$$

$$N_2 i_\beta = N_2 i_d \sin \varphi + N_2 i_q \sin(90^\circ - \varphi)$$

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \rightarrow F_{\alpha\beta} = F_{dq}$$

- 旋转正交坐标系到静止两相坐标系的变换阵为：

$$C_{2r/2s}(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}$$

$$\alpha\beta \Leftrightarrow dq$$

$$C_{2s/2r}(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}$$

$$C_{2r/2s}(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}$$

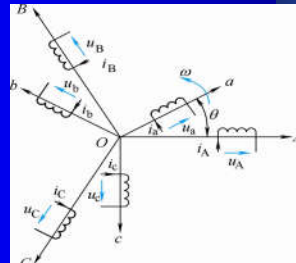
- 电压和磁链的旋转变换阵与电流旋转变换阵相同。

## 7.4 异步电动机在正交坐标系上的动态数学模型

- 首先推导静止两相坐标系中的数学模型，然后推广到旋转正交坐标系。
- 由于运动方程不随坐标变换而变化，故仅讨论电压方程、磁链方程和转矩方程。
- 在以下论述中，下标  $s$  表示定子或静止，下标  $r$  表示转子或旋转。

定子三相  $ABC \Rightarrow$  两相  $\alpha\beta$

转子三相  $abc \Rightarrow$  转子两相  $\alpha'\beta'$



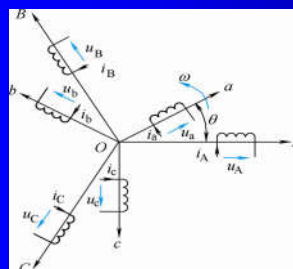
### 7.4.1 静止两相坐标系 $\alpha\beta$ 中的动态数学模型

#### 1、定子绕组和转子绕组仅3/2变换后的方程 $\alpha\beta/\alpha'\beta'$

##### (1) 电压方程

$$\begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \\ u_{r\alpha'} \\ u_{r\beta'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ i_{r\alpha'} \\ i_{r\beta'} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{s\alpha} \\ \psi_{s\beta} \\ \psi_{r\alpha'} \\ \psi_{r\beta'} \end{bmatrix}$$

##### (2) 磁链方程为：



$$\begin{bmatrix} \psi_{s\alpha} \\ \psi_{s\beta} \\ \psi_{r\alpha'} \\ \psi_{r\beta'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 & L_m \cos \theta & -L_m \sin \theta \\ 0 & L_s & L_m \sin \theta & L_m \cos \theta \\ L_m \cos \theta & L_m \sin \theta & L_r & 0 \\ -L_m \sin \theta & L_m \cos \theta & 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ i_{r\alpha'} \\ i_{r\beta'} \end{bmatrix}$$

(7-41)

##### (3) 转矩方程

$$T_e = -n_p L_m [(i_{s\alpha} i_{r\alpha'} + i_{s\beta} i_{r\beta'}) \sin \theta + (i_{s\alpha} i_{r\beta'} - i_{s\beta} i_{r\alpha'}) \cos \theta] \quad (7-42)$$

##### 小结

(1) 3/2变换将按  $\frac{2\pi}{3}$  分布的三相绕组等效为互相垂直的两相绕组，消除了定子三相绕组、转子三相绕组间的相互耦合。

(2) 定子绕组与转子绕组间仍存在相对运动，因而定、转子绕组互感阵仍是非线性的变参数阵。输出转矩仍是定、转子电流及其定、转子夹角的函数。

- 与三相原始模型相比，3/2变换减少了状态变量的维数，简化了定子和转子的自感矩阵。



## 2、静止两相坐标系中的方程 ( $\alpha\beta$ )

1)  $\alpha'\beta' \Leftrightarrow \alpha\beta$  的关系:

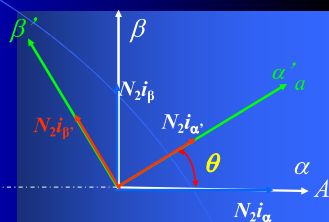
$$\alpha'\beta' \Rightarrow \alpha\beta$$

$$N_2 i_{\alpha} = N_2 i_{\alpha'} \cos \theta - N_2 i_{\beta'} \sin \theta$$

$$N_2 i_{\beta} = N_2 i_{\alpha'} \sin \theta + N_2 i_{\beta'} \cos \theta$$

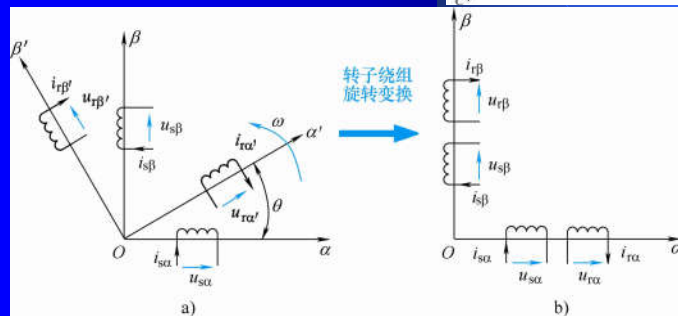
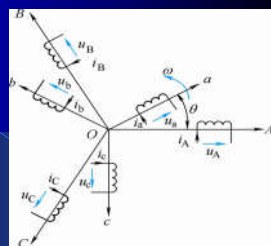
转子两相  $\alpha'\beta' \Rightarrow$  定子两相  $\alpha\beta$  变换系数矩阵为:

$$C_{2r/2s}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$



$$\alpha'\beta' \Rightarrow \alpha\beta$$

$$C_{2r/2s}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$



2) 静止两相坐标系中的电压方程 ( $\alpha\beta$ ) :

$$\begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \\ u_{r\alpha} \\ u_{r\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{s\alpha} \\ \psi_{s\beta} \\ \psi_{r\alpha} \\ \psi_{r\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \psi_{r\beta} \\ -\omega \psi_{r\alpha} \end{bmatrix} \quad (7-44)$$

$$\begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \\ u_{r\alpha'} \\ u_{r\beta'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ i_{r\alpha'} \\ i_{r\beta'} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{s\alpha} \\ \psi_{s\beta} \\ \psi_{r\alpha'} \\ \psi_{r\beta'} \end{bmatrix} \quad (7-40)$$

● 静止两相坐标系中的磁链方程 ( $\alpha\beta$ ) :

$$\begin{bmatrix} \psi_{s\alpha} \\ \psi_{s\beta} \\ \psi_{r\alpha} \\ \psi_{r\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 & L_m & 0 \\ 0 & L_s & 0 & L_m \\ L_m & 0 & L_r & 0 \\ 0 & L_m & 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix} \quad (7-45)$$

$$\begin{bmatrix} \psi_{s\alpha} \\ \psi_{s\beta} \\ \psi_{r\alpha'} \\ \psi_{r\beta'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 & L_m \cos \theta & -L_m \sin \theta \\ 0 & L_s & L_m \sin \theta & L_m \cos \theta \\ L_m \cos \theta & L_m \sin \theta & L_r & 0 \\ -L_m \sin \theta & L_m \cos \theta & 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ i_{r\alpha'} \\ i_{r\beta'} \end{bmatrix} \quad (7-41)$$

● 静止两相坐标系中的转矩方程:

$$T_e = n_p L_m (i_{s\beta} i_{r\alpha} - i_{s\alpha} i_{r\beta}) \quad (7-46)$$

$$T_e = -n_p L_m [(i_{s\alpha} i_{r\alpha'} + i_{s\beta} i_{r\beta'}) \sin \theta + (i_{s\alpha} i_{r\beta'} - i_{s\beta} i_{r\alpha'}) \cos \theta] \quad (7-42)$$

● 结论:

- 旋转变换改变了定、转子绕组间的耦合关系，将相对运动的定、转子绕组用相对静止的等效绕组来代替，消除了定、转子绕组间夹角对磁链和转矩的影响。
- 旋转变换的优点在于将非线性变参数的磁链方程转化为线性定常的方程，但却加剧了电压方程中的非线性耦合程度，将矛盾从磁链方程转移到电压方程中了，并没有改变对象的非线性耦合性质。

## 7.4.2 旋转正交坐标系 (dq) 中的动态数学模型

- 对定子坐标系和转子坐标系同时施行旋转变换，把它们变换到同一个旋转正交坐标系  $dq$  上， $dq$  相对于定子的旋转角速度为  $\omega_{m1}$ 。

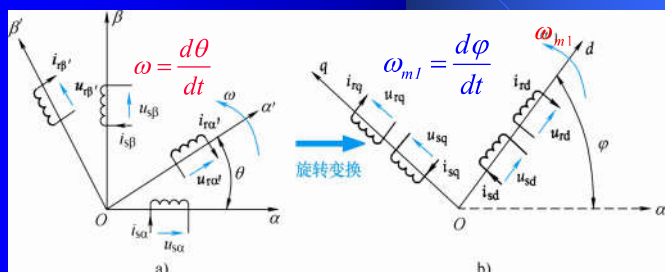


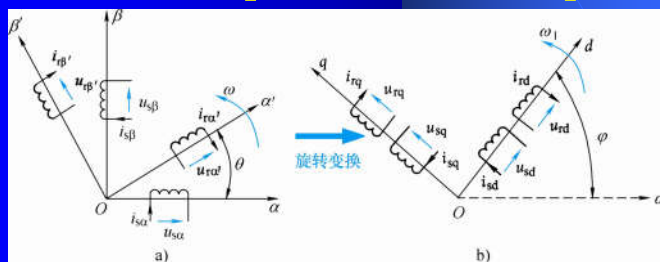
图7-8 定子、转子坐标系到旋转正交坐标系的变换  
a) 定子、转子坐标系 b) 旋转正交坐标系

定子两相  $\alpha\beta \Rightarrow$  旋转正交dq变换系数矩阵为：

$$C_{2s/2r}(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}$$

转子两相  $\alpha'\beta' \Rightarrow$  旋转正交dq变换系数矩阵为：

$$C_{2r/2r}(\varphi - \theta) = \begin{bmatrix} \cos(\varphi - \theta) & \sin(\varphi - \theta) \\ -\sin(\varphi - \theta) & \cos(\varphi - \theta) \end{bmatrix}$$



### 1、旋转正交坐标系 (dq) 中电压方程

$$\begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \\ u_{rd} \\ u_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{sd} \\ \psi_{sq} \\ \psi_{rd} \\ \psi_{rq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\omega_1 \psi_{sq} \\ \omega_1 \psi_{sd} \\ -(\omega_1 - \omega) \psi_{rq} \\ (\omega_1 - \omega) \psi_{rd} \end{bmatrix} \quad (7-49)$$

### 2、旋转正交坐标系 (dq) 中磁链方程

$$\begin{bmatrix} \psi_{sd} \\ \psi_{sq} \\ \psi_{rd} \\ \psi_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 & L_m & 0 \\ 0 & L_s & 0 & L_m \\ L_m & 0 & L_r & 0 \\ 0 & L_m & 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} \quad (7-50)$$

### ● 结论

- 旋转正交坐标系中的磁链方程和转矩方程与静止两相坐标系中相同，仅下标发生变化。
- 旋转正交坐标系的电压方程中旋转电势非线性耦合作用更为严重，这是因为不仅对转子绕组进行了旋转变换，对定子绕组也施行了相应的旋转变换。

### 3、旋转正交坐标系 (dq) 中转矩方程

$$T_e = -n_p L_{ms} [(i_A i_a + i_B i_b + i_C i_c) \sin \theta + (i_A i_b + i_B i_c + i_C i_a) \sin(\theta + 120^\circ) + (i_A i_c + i_B i_a + i_C i_b) \sin(\theta - 120^\circ)]$$

$$\begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = C_{2/3s} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = C_{2/3r} \begin{bmatrix} i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix}$$

将上两式代入转矩方程中，可得dq坐标系中的转矩公式为：

$$T_e = n_p L_m (i_{sq} i_{rd} - i_{sd} i_{rq}) \quad (7-51)$$

- 从表面上看来，旋转正交坐标系中的数学模型还不如静止两相坐标系的简单，实际上旋转正交坐标系的优点在于增加了一个输入量  $\omega_1$ ，提高了系统控制的自由度。

## 7.5 异步电动机在正交坐标系上的状态方程

### 7.5.1 状态变量的选取

- 旋转正交坐标系上的异步电动机具有4阶电压方程和1阶运动方程，因此须选取5个状态变量。
- 可选的状态变量共有9个，这9个变量分为5组：
  - ① 转速；
  - ② 定子电流；
  - ③ 转子电流；
  - ④ 定子磁链；
  - ⑤ 转子磁链。

有下列两组状态方程：

(1)  $\omega - \psi_r - i_s$  状态方程

(2)  $\omega - \psi_s - i_s$  状态方程

### 7.5.2 以 $\omega - i_s - \psi_r$ 为状态变量的状态方程

#### 1、 $dq$ 坐标系中的状态方程

状态变量  $\mathbf{X} = [\omega \quad \psi_{rd} \quad \psi_{rq} \quad i_{sd} \quad i_{sq}]^T$

输入变量  $\mathbf{U} = [u_{sd} \quad u_{sq} \quad \omega_1 \quad T_L]^T$

输出变量  $\mathbf{Y} = [\omega \quad \psi_r]^T$

由式 (7-50) 表示  $dq$  坐标系上的磁链方程

$$\begin{bmatrix} \psi_{sd} \\ \psi_{sq} \\ \psi_{rd} \\ \psi_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 & L_m & 0 \\ 0 & L_s & 0 & L_m \\ L_m & 0 & L_r & 0 \\ 0 & L_m & 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} \quad (7-50)$$

$$\begin{aligned} \psi_{sd} &= L_s i_{sd} + L_m i_{rd} \\ \psi_{sq} &= L_s i_{sq} + L_m i_{rq} \\ \psi_{rd} &= L_m i_{sd} + L_r i_{rd} \\ \psi_{rq} &= L_m i_{sq} + L_r i_{rq} \end{aligned} \quad (7-55)$$

式 (7-49) 为任意旋转坐标系上的电压方程

$$\begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \\ u_{rd} \\ u_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{sd} \\ \psi_{sq} \\ \psi_{rd} \\ \psi_{rq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\omega_1 \psi_{sq} \\ \omega_1 \psi_{sd} \\ -(\omega_1 - \omega) \psi_{rq} \\ (\omega_1 - \omega) \psi_{rd} \end{bmatrix} \quad (7-49)$$

电压方程改写成：

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_{sd}}{dt} &= -R_s i_{sd} + \omega_1 \psi_{sq} + u_{sd} \\ \frac{d\psi_{sq}}{dt} &= -R_s i_{sq} - \omega_1 \psi_{sd} + u_{sq} \\ \frac{d\psi_{rd}}{dt} &= -R_r i_{rd} + (\omega_1 - \omega) \psi_{rq} + u_{rd} \\ \frac{d\psi_{rq}}{dt} &= -R_r i_{rq} - (\omega_1 - \omega) \psi_{rd} + u_{rq} \end{aligned} \quad (7-56a)$$

- 笼型转子内部是短路的：  $u_{rd} = u_{rq} = 0$

于是，电压方程：

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_{sd}}{dt} &= -R_s i_{sd} + \omega_1 \psi_{sq} + u_{sd} \\ \frac{d\psi_{sq}}{dt} &= -R_s i_{sq} - \omega_1 \psi_{sd} + u_{sq} \\ \frac{d\psi_{rd}}{dt} &= -R_r i_{rd} + (\omega_1 - \omega) \psi_{rq} \\ \frac{d\psi_{rq}}{dt} &= -R_r i_{rq} - (\omega_1 - \omega) \psi_{rd} \end{aligned} \quad (7-56b)$$

$$\begin{aligned}\psi_{sd} &= L_s i_{sd} + L_m i_{rd} \\ \psi_{sq} &= L_s i_{sq} + L_m i_{rq} \\ \psi_{rd} &= L_m i_{sd} + L_r i_{rd} \\ \psi_{rq} &= L_m i_{sq} + L_r i_{rq}\end{aligned}\quad (7-55)$$

由式 (7-55) 中第3, 4两式可解出：

$$\begin{aligned}i_{rd} &= \frac{1}{L_r} (\psi_{rd} - L_m i_{sd}) \\ i_{rq} &= \frac{1}{L_r} (\psi_{rq} - L_m i_{sq})\end{aligned}\quad (7-57)$$

代入式 (7-51) 的转矩公式，得

$$\begin{aligned}T_e &= \frac{n_p L_m}{L_r} (i_{sq} \psi_{rd} - L_m i_{sd} i_{sq} - i_{sd} \psi_{rq} + L_m i_{sd} i_{sq}) \\ &= \frac{n_p L_m}{L_r} (i_{sq} \psi_{rd} - i_{sd} \psi_{rq})\end{aligned}\quad (7-58)$$

将转矩方程 (7-58) 代入 运动方程 (7-19)，

$$\frac{J}{n_p} \frac{d\omega}{dt} = T_e - T_L \quad (7-19)$$

### • 状态方程标准形式( $\omega - \mathbf{i}_s - \boldsymbol{\psi}_r$ )

$$\frac{J}{n_p} \frac{d\omega}{dt} = T_e - T_L$$

$$\textcircled{1} \quad \frac{d\omega}{dt} = \frac{n_p L_m}{J L_r} (i_{sq} \psi_{rd} - i_{sd} \psi_{rq}) - \frac{n_p}{J} T_L$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{d\psi_{rd}}{dt} = -\frac{1}{T_r} \psi_{rd} + (\omega_l - \omega) \psi_{rq} + \frac{L_m}{T_r} i_{sd}$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{d\psi_{rq}}{dt} = -\frac{1}{T_r} \psi_{rq} - (\omega_l - \omega) \psi_{rd} + \frac{L_m}{T_r} i_{sq}$$

$$\textcircled{4} \quad \frac{di_{sd}}{dt} = \frac{L_m}{\sigma L_s L_r T_r} \psi_{rd} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega \psi_{rq} - \frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{\sigma L_s L_r^2} i_{sd} + \omega_l i_{sq} + \frac{u_{sd}}{\sigma L_s}$$

$$\textcircled{5} \quad \frac{di_{sq}}{dt} = \frac{L_m}{\sigma L_s L_r T_r} \psi_{rd} - \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega \psi_{rq} - \frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{\sigma L_s L_r^2} i_{sq} - \omega_l i_{sd} + \frac{u_{sq}}{\sigma L_s}$$

$$T_r = \frac{L_r}{R_r} \quad \text{—— 转子电磁时间常数}$$

$$\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r} \quad \text{—— 电动机漏磁系数}$$

$$\frac{di_{sd}}{dt} = \frac{L_m}{\sigma L_s L_r T_r} \psi_{rd} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega \psi_{rq} - \frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{\sigma L_s L_r^2} i_{sd} + \omega_l i_{sq} + \frac{u_{sd}}{\sigma L_s} \quad \textcircled{4}$$

由 ④ 式得：

$$\frac{di_{sd}}{dt} = \frac{1}{\sigma L_s} \left[ u_{sd} + \frac{L_m}{L_r T_r} \psi_{rd} + \frac{L_m}{L_r} \omega \psi_{rq} + \sigma L_s \omega_l i_{sq} - \frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{L_r^2} i_{sd} \right]$$

$$\frac{di_{sd}}{dt} = \frac{1}{\sigma L_s} \left[ u_{sd} + \frac{L_m}{L_r T_r} \psi_{rd} + \frac{L_m}{L_r} \omega \psi_{rq} + \sigma L_s \omega_l i_{sq} - \frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{L_r^2} i_{sd} \right]$$

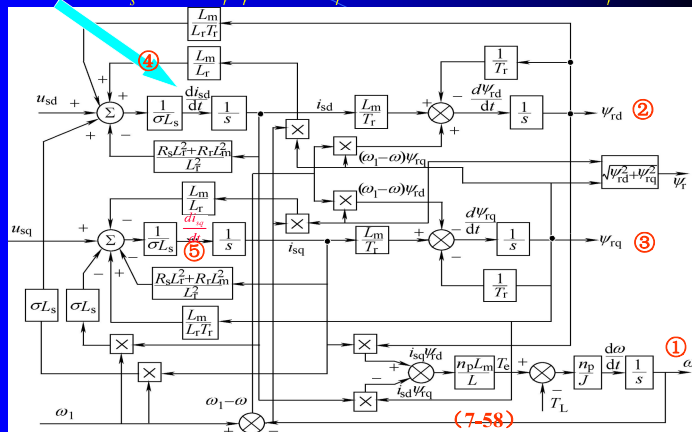


图7-9 异步电动机以  $\omega - \boldsymbol{\psi}_r - \mathbf{i}_s$  为变量的 dq 坐标系动态结构图

### 2 $\alpha\beta$ 坐标系中的状态方程( $\omega - \mathbf{i}_s - \boldsymbol{\psi}_r$ )

• 当  $\omega_l = 0$ ，dq坐标系蜕化为 $\alpha\beta$ 坐标系，

$$\text{状态变量} \quad \mathbf{X} = [\omega \quad \psi_{r\alpha} \quad \psi_{r\beta} \quad i_{s\alpha} \quad i_{s\beta}]^T$$

$$\text{输入变量} \quad \mathbf{U} = [u_{s\alpha} \quad u_{s\beta} \quad T_L]^T$$

$$\text{输出变量} \quad \mathbf{Y} = [\omega \quad \sqrt{\psi_{r\alpha}^2 + \psi_{r\beta}^2}]^T$$

$\omega - \mathbf{i}_s - \Psi_r$  为状态变量的状态方程

# ● 转矩方程

$$T_e = \frac{n_p L_m}{L_r} (i_{s\beta} \psi_{r\alpha} - i_{s\alpha} \psi_{r\beta})$$

# ● 运动方程

$$\frac{J}{n_p} \frac{d\omega}{dt} = T_e - T_L$$

## ● 由 (7-60) 得 $\alpha\beta$ 坐标系状态方程

$$\begin{aligned} \frac{d\omega}{dt} &= -\frac{n_p^2 L_m}{J L_r} (i_{s\beta} \psi_{r\alpha} - i_{s\alpha} \psi_{r\beta}) - \frac{n_p}{J} T_L \\ \frac{d\psi_{r\alpha}}{dt} &= -\frac{1}{T_r} \psi_{r\alpha} - \omega \psi_{r\beta} + \frac{L_m}{T_r} i_{s\alpha} \\ \frac{d\psi_{r\beta}}{dt} &= -\frac{1}{T_r} \psi_{r\beta} + \omega \psi_{r\alpha} + \frac{L_m}{T_r} i_{s\beta} \\ \frac{di_{s\alpha}}{dt} &= \frac{L_m}{\sigma L_s L_r T_r} \psi_{r\alpha} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega \psi_{r\beta} - \frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{\sigma L_s L_r^2} i_{s\alpha} + \frac{u_{s\alpha}}{\sigma L_s} \\ \frac{di_{s\beta}}{dt} &= \frac{L_m}{\sigma L_s L_r T_r} \psi_{r\beta} - \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega \psi_{r\alpha} - \frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{\sigma L_s L_r^2} i_{s\beta} + \frac{u_{s\beta}}{\sigma L_s} \end{aligned} \quad (7-62)$$

$\omega - \mathbf{i}_s - \Psi_r$  为状态变量

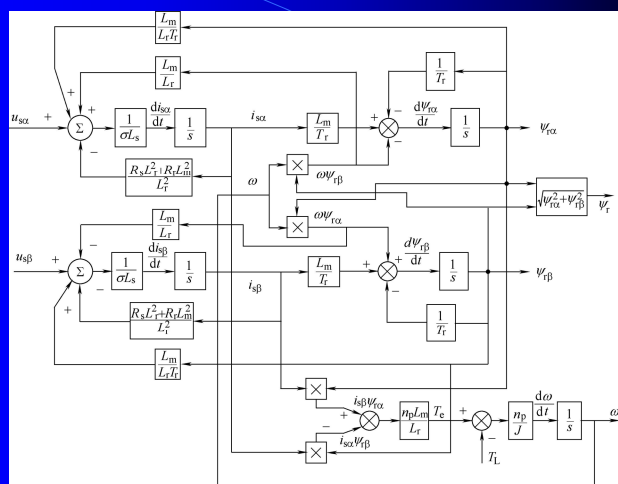


图7-10  $\alpha\beta$  坐标系动态结构图

## 7.5.3 $\omega - \mathbf{i}_s - \Psi_s$ 为状态变量的状态方程

### ● 1、 $dq$ 坐标系中的状态方程 $\omega - \mathbf{i}_s - \Psi_s$

状态变量  $\mathbf{X} = [\omega \quad \psi_{sd} \quad \psi_{sq} \quad i_{sd} \quad i_{sq}]^T$

输入变量  $\mathbf{U} = [u_{sd} \quad u_{sq} \quad \omega_1 \quad T_L]^T$

输出变量  $\mathbf{Y} = [\omega \quad \psi_s]^T$

# ● 转矩方程

$$\begin{aligned} T_e &= n_p (i_{sq} \psi_{sd} - L_s i_{sd} i_{sq} - i_{sd} \psi_{sq} + L_s i_{sq} i_{sd}) \\ &= n_p (i_{sq} \psi_{sd} - i_{sd} \psi_{sq}) \end{aligned} \quad (7-70)$$

# ● 输出方程

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \omega & \sqrt{\psi_{sd}^2 + \psi_{sq}^2} \end{bmatrix}^T$$

以  $\omega - \mathbf{i}_s - \Psi_s$  为状态变量的  $dq$  坐标系状态方程：

$$\begin{aligned} \frac{d\omega}{dt} &= \frac{n_p^2}{J} (i_{sq} \psi_{sd} - i_{sd} \psi_{sq}) - \frac{n_p}{J} T_L \\ \frac{d\psi_{sd}}{dt} &= -R_s i_{sd} + \omega_1 \psi_{sq} + u_{sd} \\ \frac{d\psi_{sq}}{dt} &= -R_s i_{sq} - \omega_1 \psi_{sd} + u_{sq} \\ \frac{di_{sd}}{dt} &= \frac{1}{\sigma L_s T_r} \psi_{sd} + \frac{1}{\sigma L_s} \omega \psi_{sq} - \frac{R_s L_r + R_r L_s}{\sigma L_s L_r} i_{sd} + (\omega_1 - \omega) i_{sq} + \frac{u_{sd}}{\sigma L_s} \\ \frac{di_{sq}}{dt} &= \frac{1}{\sigma L_s T_r} \psi_{sq} - \frac{1}{\sigma L_s} \omega \psi_{sd} - \frac{R_s L_r + R_r L_s}{\sigma L_s L_r} i_{sq} - (\omega_1 - \omega) i_{sd} + \frac{u_{sq}}{\sigma L_s} \end{aligned} \quad (7-72)$$



$\omega - \mathbf{i}_s - \boldsymbol{\Psi}_s$  为状态变量

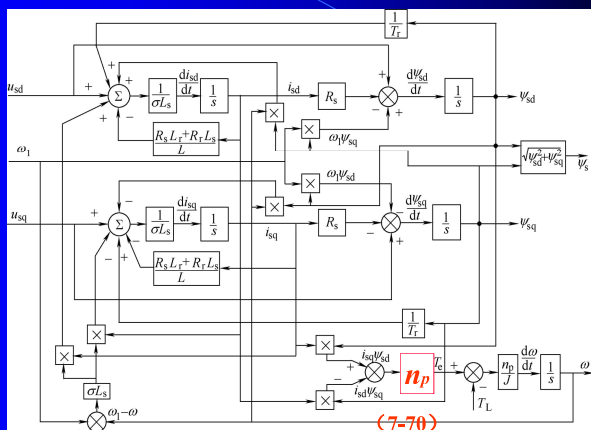


图7-11 dq坐标系动态结构图

2、 $\alpha\beta$  坐标系中的状态方程  $\omega - \mathbf{i}_s - \boldsymbol{\Psi}_s$

- 当  $\omega_1 = 0$  , dq坐标系蜕化为 $\alpha\beta$ 坐标系,

状态变量  $\mathbf{X} = [\omega \ \psi_{sa} \ \psi_{sb} \ i_{sa} \ i_{sb}]^T$

输入变量  $\mathbf{U} = [u_{sa} \ u_{sb} \ T_L]^T$

输出变量  $\mathbf{Y} = [\omega \ \sqrt{\psi_{sa}^2 + \psi_{sb}^2}]^T$

转矩方程  $T_e = n_p (i_{sb} \psi_{sa} - i_{sa} \psi_{sb})$  (7-76)

$\omega - \mathbf{i}_s - \boldsymbol{\Psi}_s$  为状态变量

- dq坐标系中状态方程:

$$\begin{aligned} \frac{d\omega}{dt} &= \frac{n_p^2}{J} (i_{sb} \psi_{sa} - i_{sa} \psi_{sb}) - \frac{n_p}{J} T_L \\ \frac{d\psi_{sa}}{dt} &= -R_s i_{sa} + u_{sa} \\ \frac{d\psi_{sb}}{dt} &= -R_s i_{sb} + u_{sb} \\ \frac{di_{sa}}{dt} &= \frac{1}{\sigma L_s T_r} \psi_{sa} + \frac{1}{\sigma L_s} \omega \psi_{sb} - \frac{R_s L_r + R_r L_s}{\sigma L_s L_r} i_{sa} - \omega i_{sb} + \frac{u_{sa}}{\sigma L_s} \\ \frac{di_{sb}}{dt} &= \frac{1}{\sigma L_s T_r} \psi_{sb} - \frac{1}{\sigma L_s} \omega \psi_{sa} - \frac{R_s L_r + R_r L_s}{\sigma L_s L_r} i_{sb} + \omega i_{sa} + \frac{u_{sb}}{\sigma L_s} \end{aligned} \quad (7-74)$$

$\omega - \mathbf{i}_s - \boldsymbol{\Psi}_s$  为状态变量

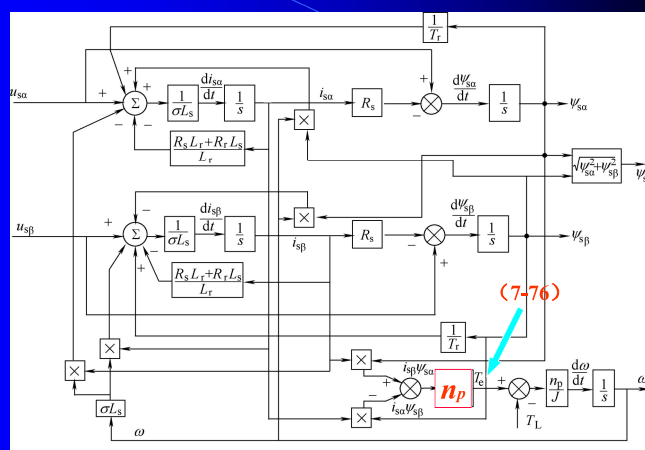


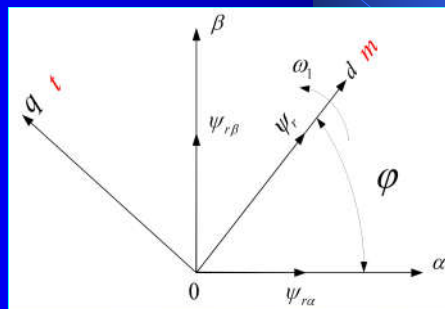
图7-12  $\alpha\beta$ 坐标系动态结构图

## 7.6 基于动态模型按转子磁链定向的矢量控制系统

旋转速度任意的正交坐标系 ( $dq$ ) 无实际使用意义, 常用的是同步旋转坐标系 ( $mt$ ), 将绕组中的交流量变为直流量, 以便模拟直流电动机进行控制。

按转子磁链定向的意思是:

将转子磁链空间矢量 $\boldsymbol{\Psi}_r$  定向在( $d$ )m轴上

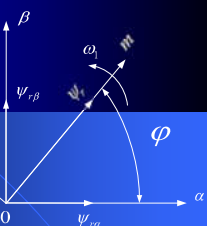


$mt$ 坐标系称做按转子磁链定向的同步旋转正交坐标系

# • m轴与转子磁链矢量重合

$$\psi_{rm} = \psi_{rd} = \psi_r$$

$$\psi_{rt} = \psi_{rq} = 0$$



为了保证m轴与转子磁链矢量始终重合，还必须使

$$\frac{d\psi_{rt}}{dt} = \frac{d\psi_{rq}}{dt} = 0$$

## 7.6.1 按转子磁链定向的同步旋转正交坐标系 (mt) 中状态方程

• dq坐标系状态方程:

$$\omega - \mathbf{i}_s - \psi_r$$

$$\textcircled{1} \quad \frac{d\omega}{dt} = \frac{n_p^2 L_m}{J L_r} (i_{sq} \psi_{rd} - i_{sd} \psi_{rq}) - \frac{n_p}{J} T_L$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{d\psi_{rd}}{dt} = -\frac{1}{T_r} \psi_{rd} + (\omega_1 - \omega) \psi_{rq} + \frac{L_m}{T_r} i_{sd}$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{d\psi_{rq}}{dt} = -\frac{1}{T_r} \psi_{rq} - (\omega_1 - \omega) \psi_{rd} + \frac{L_m}{T_r} i_{sq}$$

$$\textcircled{4} \quad \frac{di_{sd}}{dt} = \frac{L_m}{\sigma L_s L_r T_r} \psi_{rd} + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega \psi_{rq} - \frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{\sigma L_s L_r^2} i_{sd} + \omega_1 i_{sm} + \frac{u_{sd}}{\sigma L_s}$$

$$\textcircled{5} \quad \frac{di_{sq}}{dt} = \frac{L_m}{\sigma L_s L_r T_r} \psi_{rd} - \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega \psi_{rd} - \frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{\sigma L_s L_r^2} i_{sq} - \omega_1 i_{sm} + \frac{u_{sq}}{\sigma L_s}$$

$$\psi_{rm} = \psi_{rd} = \psi_r$$

$$\psi_{rt} = \psi_{rq} = 0$$

$$\frac{d\psi_{rt}}{dt} = \frac{d\psi_{rq}}{dt} = 0$$

$$q \rightarrow t, \quad d \rightarrow m;$$

$$i_{sd} \rightarrow i_{sm}, \quad i_{sq} \rightarrow i_{st}$$

$$\textcircled{1} \quad \frac{d\omega}{dt} = \frac{n_p^2 L_m}{J L_r} i_{st} \psi_r - \frac{n_p}{J} T_L$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{d\psi_r}{dt} = -\frac{1}{T_r} \psi_r + \frac{L_m}{T_r} i_{sm}$$

$$\textcircled{3} \quad 0 = -(\omega_1 - \omega) \psi_r + \frac{L_m}{T_r} i_{st}$$

$$\textcircled{4} \quad \frac{di_{sm}}{dt} = \frac{L_m}{\sigma L_s L_r T_r} \psi_r - \frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{\sigma L_s L_r^2} i_{sm} + \omega_1 i_{st} + \frac{u_{sm}}{\sigma L_s}$$

$$\textcircled{5} \quad \frac{di_{st}}{dt} = -\frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \omega \psi_r - \frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{\sigma L_s L_r^2} i_{st} - \omega_1 i_{sm} + \frac{u_{st}}{\sigma L_s}$$

使系统降低一阶，系统成为四阶系统。

由 (7-81) ③ 式  $\frac{d\psi_{rt}}{dt} = -(\omega_1 - \omega) \psi_r + \frac{L_m}{T_r} i_{st} = 0$

• 导出 mt 坐标系的旋转角速度

$$\omega_1 = \omega + \frac{L_m}{T_r \psi_r} i_{st} \quad (7-82)$$

• mt 坐标系旋转角速度与转子转速之差定义为转差角频率:

$$\omega_s = \omega_1 - \omega = \frac{L_m}{T_r \psi_r} i_{st} \quad (7-83)$$

• 由式 (7-58) 得出 mt 坐标系中的电磁转矩表达式

$$T_e = \frac{n_p L_m}{L_r} i_{st} \psi_r \quad (7-84)$$

由 (7-81) ② 式:  $\frac{d\psi_r}{dt} = -\frac{1}{T_r} \psi_r + \frac{L_m}{T_r} i_{sm}$

得:

$$\psi_r = \frac{L_m}{T_r s + 1} i_{sm}$$

说明转子磁链仅有定子电流励磁分量决定，而与转矩分量无关。

而:

$$T_e = \frac{n_p L_m}{L_r} i_{st} \psi_r$$

(7-81)  $\frac{di_{sm}}{dt} = \frac{L_m}{\sigma L_s L_r T_r} \psi_r - \frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{\sigma L_s L_r^2} i_{sm} + \omega_1 i_{st} + \frac{u_{sm}}{\sigma L_s}$

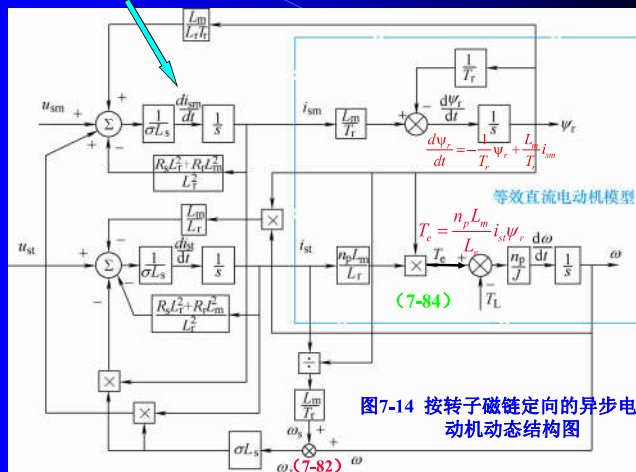


图7-14 按转子磁链定向的异步电动机动态结构图

按转子磁链定向的矢量控制基本方程式：

$$\omega_s = \omega_l - \omega = \frac{L_m}{T_r \psi_r} i_{st}$$

$$T_e = \frac{n_p L_m}{L_r} i_{st} \psi_r$$

$$\psi_r = \frac{L_m}{T_r s + 1} i_{sm}$$

$$\frac{J}{n_p} \frac{d\omega}{dt} = T_e - T_L$$

●可得：

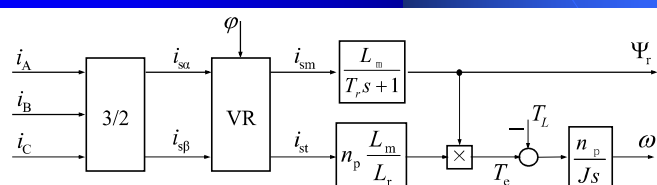
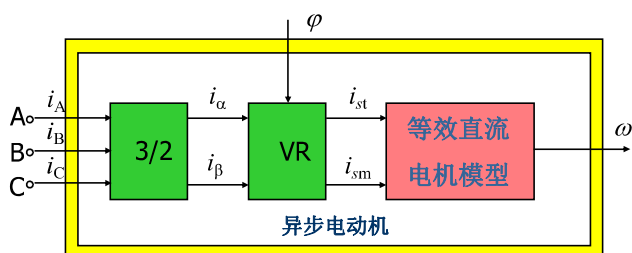


图7-15 异步电动机矢量变换及等效直流电动机模型

## ●小结

- 通过按转子磁链定向，将定子电流分解为励磁分量和转矩分量，转子磁链仅由定子电流励磁分量产生，电磁转矩正比于转子磁链和定子电流转矩分量的乘积，实现了定子电流两个分量的解耦。
- 在按转子磁链定向同步旋转正交坐标系中的异步电动机数学模型与直流电动机动态模型相当。

## 7.6.2 按转子磁链定向矢量控制的基本思想



异步电动机的坐标变换结构图

3/2——三相/两相变换； VR——同步旋转变换；  
φ——M轴与α轴（A轴）的夹角

• 异步电动机的坐标变换结构图

## 矢量控制的基本思路如下

- （1）通过坐标变换，在按转子磁链定向同步旋转正交坐标系中，得到等效的直流电动机模型。
- （2）仿照直流电动机的控制方法控制电磁转矩与磁链。
- （3）然后再将转子磁链定向坐标系中的控制量反变换得到三相坐标系中的对应量，从而实施控制。
- 由于变换的是矢量，所以这样的坐标变换也可称为矢量变换，相应的控制系统称为**矢量控制**（Vector Control 简称**VC**）系统或按转子磁链定向控制（Flux Orientation Control简称**FOC**）系统。

## • 矢量控制系统原理结构图

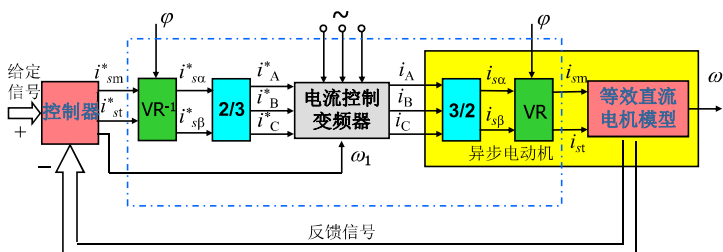


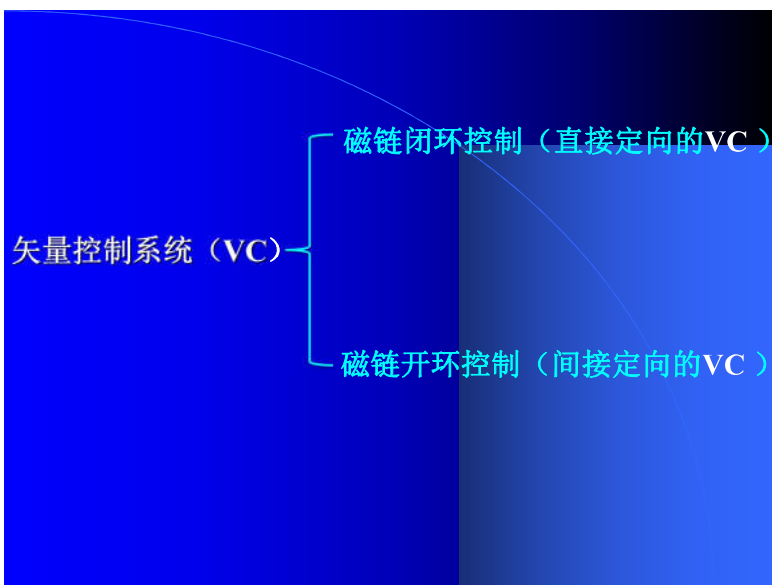
图7-16 矢量控制系统原理结构图

※采用什么样的系统结构来控制励磁电流和转矩电流？



考虑：

$$T_e = \frac{n_p L_m}{L_r} i_{st} \psi_r$$



### 7.6.3 转速闭环、磁链闭环控制的矢量控制系统 (VC)

—— 直接定向控制

#### 1、VC的电流闭环控制方式

#### 2、VC系统的转矩控制方式

#### 1、磁链闭环矢量控制系统的电流闭环控制方式

●常用的电流闭环控制有两种方法:

- (1) 在三相定子坐标系中完成电流闭环控制。
- (2) 在 $mt$ 坐标系中完成电流闭环控制。

①将定子电流励磁分量和转矩分量给定值施行2/3变换, 得到三相电流给定值, 采用电流滞环控制型PWM变频器, 在三相定子坐标系中完成电流闭环控制。

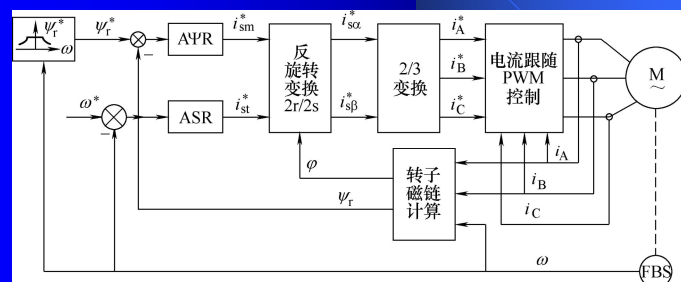


图7-19 三相电流闭环控制的矢量控制系统结构图

②将检测到的三相电流施行3/2变换和旋转变换, 得到 $mt$ 坐标系中的电流反馈值, 采用PI调节软件构成电流闭环控制, 电流调节器的输出为 $mt$ 坐标系中定子电压给定值。

反旋转变换得到静止两相坐标系的定子电压给定值, 再经SVPWM控制逆变器输出三相电压。

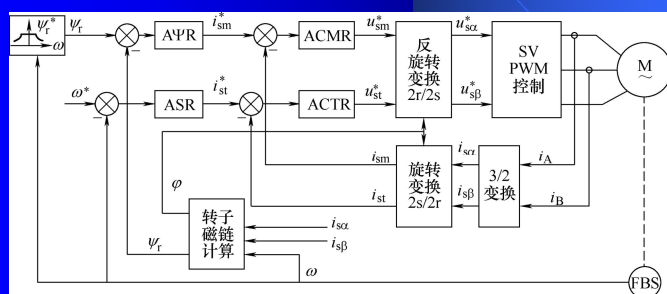


图7-20 定子电流励磁分量和转矩分量闭环控制的矢量控制系统结构图

$$T_e = \frac{n_p L_m}{L_r} i_{st} \psi_r$$

●图7-19,7-20中:

●转子磁链调节器力图使转子磁链恒定, 而转速调节器则调节电流的转矩分量, 以抵消转子磁链变化对电磁转矩的影响, 最后达到平衡。

- 转子磁链扰动作用点位于电流环以外，转速环以内，因此只有通过转速环对转子磁链扰动产生抑制作用，动态调节时反应延时大，动态性能不够理想。

?

- 电磁转矩是转子磁链和电流的乘积，电磁转矩与转子磁链存在耦合。且转子磁链扰动作用点位于电流环以外。
- 改进方法：
  - 在转速调节器和电流调节器之间增加转矩调节器引入转矩控制环。
  - 用除法环节消去对象中固有的乘法环节，实现转矩与转子磁链的动态解耦。

## 直接定向控制

### 1) 帶除法环节的矢量控制系统

## 2) 转矩闭环控制

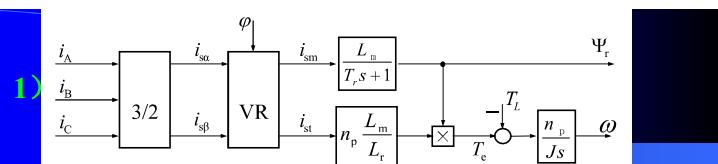
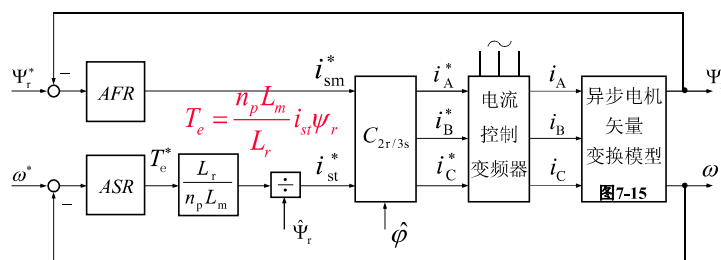


图7-15 异步电动机矢量变换及等效直流电动机模型



### 带除法环节的矢量控制系统原理框图

图7-24 带除法环节的矢量控制系统原理框图

The diagram illustrates the control architecture for a PMSM drive. Key components and signal flows include:

- Reference Inputs:**  $\psi_r^*$  (flux reference) and  $\omega^*$  (speed reference).
- ASR (Speed Feedback Control):** Processes  $\omega^*$  and feedback  $\omega$  to generate a speed error signal  $T_e^*$ .
- A\*V/R (Voltage Reference Generator):** Takes  $\psi_r^*$  and  $T_e^*$  as inputs to produce a reference flux linkage  $\psi_{r1}^*$ .
- ACMR (Current Reference Generator):** Takes  $\psi_{r1}^*$  and  $T_e^*$  as inputs to produce a reference current  $i_{sm}^*$ .
- A\*CT/R (Current Feedback Control):** Processes  $i_{sm}^*$  and feedback  $i_{sm}$  to produce a current error signal  $i_{st}^*$ .
- SV PWM Control:** Takes  $i_{st}^*$  and  $T_e^*$  as inputs to generate a reference voltage  $u_{so}^*$  and a reference current  $i_{sb}^*$ .
- 3/2 Transformation:** Converts  $i_{sb}^*$  into three-phase reference currents  $i_{sa}^*$ ,  $i_{sb}^*$ , and  $i_{sc}^*$ .
- Coordinate Transformations:** The reference currents are transformed into the  $\alpha\beta$  coordinate system ( $i_{s\alpha}$ ,  $i_{s\beta}$ ) and then into the rotor reference frame ( $i_{sr}^*$ ,  $i_{sr}$ ).
- Motor Model:** The reference currents  $i_{sr}^*$  and  $i_{sb}^*$  are fed into the motor (M), which produces the actual currents  $i_{sm}$ ,  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$ , and  $i_{sc}$ .
- Feedback Loops:** The actual speed  $\omega$  and rotor position  $\psi_r$  are fed back to the ASR and A\*V/R blocks, respectively.
- Other Signals:** The rotor position  $\psi_r$  is also used for the coordinate transformations.

图7-23 带除法环节的矢量控制系统结构图



•为了改善动态性能，也可以采用转矩闭环控制方式：

•在转速调节器和电流转矩分量调节器间增设了转矩调节器，当转子磁链发生波动时，通过转矩调节器及时调整电流转矩分量给定值，以抵消磁链变化的影响，尽可能不影响或少影响电动机转速。

• 转子磁链扰动的作用点是包含在转矩环内的，可以通过转矩反馈来抑制扰动。若没有转矩闭环，就只能通过转速外环来抑制转子磁链扰动，控制作用相对比较滞后。

## 2、磁链闭环矢量控制系统的转矩控制方式

### 2) 转矩闭环控制

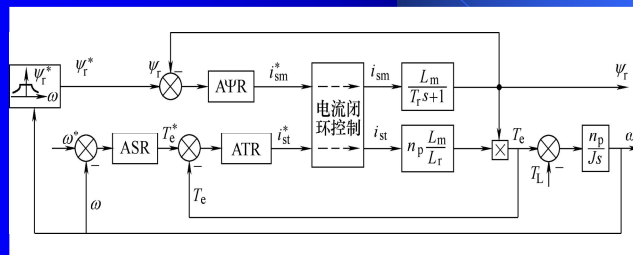


图7-26 转矩闭环的矢量控制系统原理框图

### 转矩闭环控制矢量控制系统的结构图

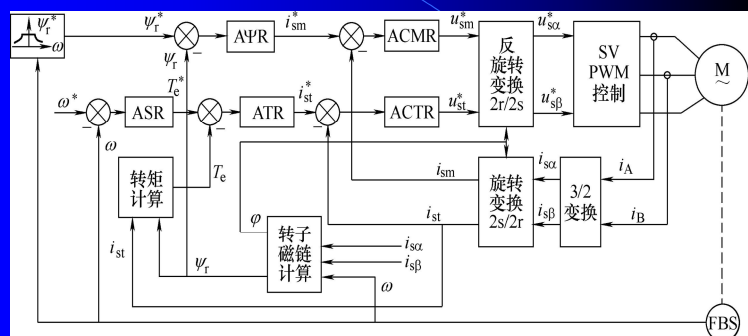


图7-21a 转矩闭环的矢量控制系统结构图

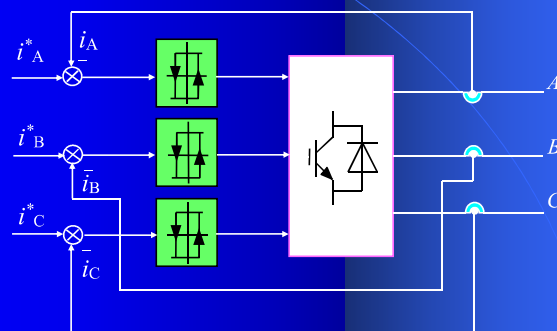
以下内容可选（参见第三版相关内容）

### •电流闭环控制

电流控制变频器可以采用如下两种方式：

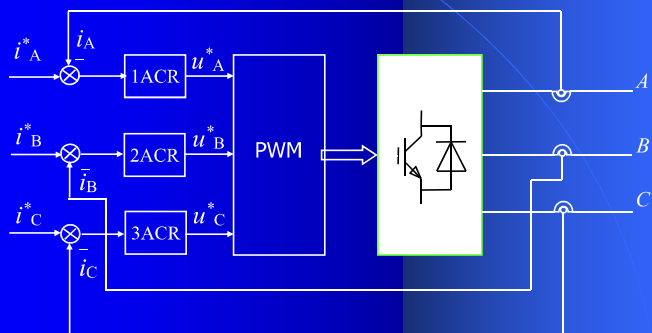
- 电流滞环跟踪控制的CFPWM变频器（图a）
- 带电流内环控制的SPWM变频器（图b）。

### （1）电流滞环跟踪控制的CFPWM变频器

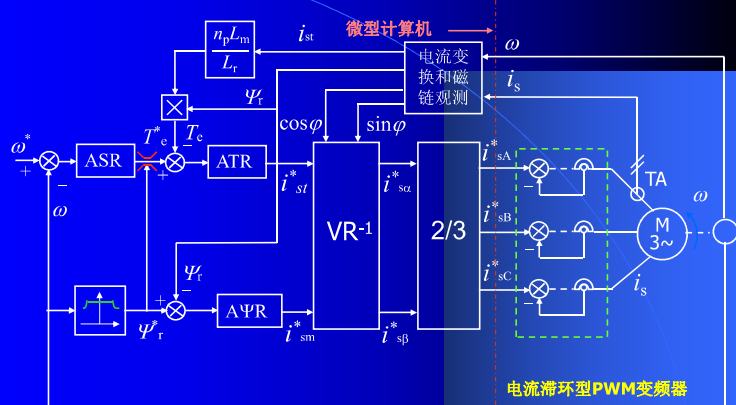


图a

## (2) 带电流内环控制的SPWM变频器



## • 系统组成



#### 7.6.4 转子磁链计算

- 转子磁链的直接检测比较困难，多采用按模型计算的方法。
- 利用容易测得的电压、电流或转速等信号，借助于转子磁链模型，实时计算磁链的幅值与空间位置。
- 在计算模型中，由于实测信号的不同，又分为**电流模型**和**电压模型**两种。

- **转子磁链的直接检测：**采用直接检测气隙磁链的方法，就是在电机定子内表面装贴霍尔元件或其他磁敏元件，或者在电机槽内埋设探测线圈。利用被测量的气隙磁通得到转子磁通。从理论上讲，该方法应该比较准确，但实际上埋设探测线圈和装贴磁敏元件都会遇到不少工艺和技术上的问题，在一定程度上破坏了电机的机械鲁棒性。

## 转子磁链计算

- 转子磁链的直接检测相对困难，现在实用的系统中，多采用间接计算的方法，即利用容易测得的定子电压、电流或转速等信号，借助于转子磁链模型，实时计算磁链的幅值与空间位置。
- 在计算模型中，由于主要实测信号的不同，又分电流模型和电压模型两种。

## 1. 计算转子磁链的电流模型

- 根据描述磁链与电流关系的方程来计算转子磁链，所得出的模型叫做电流模型。

- 1) 在  $\alpha\beta$  坐标系上计算转子磁链的电流模型

由 $\alpha\beta$ 坐标系上的状态方程 (7-62) 得:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\psi_{r\alpha}}{dt} &= -\frac{1}{T_r}\psi_{r\alpha} - \omega\psi_{r\beta} + \frac{L_m}{T_r}i_{s\alpha} \\ \frac{d\psi_{r\beta}}{dt} &= -\frac{1}{T_r}\psi_{r\beta} + \omega\psi_{r\alpha} + \frac{L_m}{T_r}i_{s\beta} \end{aligned} \right\} \begin{cases} s\psi_{r\alpha} + \frac{1}{T_r}\psi_{r\alpha} = -\omega\psi_{r\beta} + \frac{L_m}{T_r}i_{s\alpha} \\ s\psi_{r\beta} + \frac{1}{T_r}\psi_{r\beta} = \omega\psi_{r\alpha} + \frac{L_m}{T_r}i_{s\beta} \end{cases} \quad (7-85)$$

整理后得转子磁链模型

$$\psi_{ra} = \frac{1}{T_r s + 1} (L_m i_{sa} - \omega T_r \psi_{r\beta}) \quad (7-86)$$

$$\psi_{r\beta} = \frac{1}{T_r s + 1} (L_m i_{s\beta} + \omega T_r \psi_{ra})$$

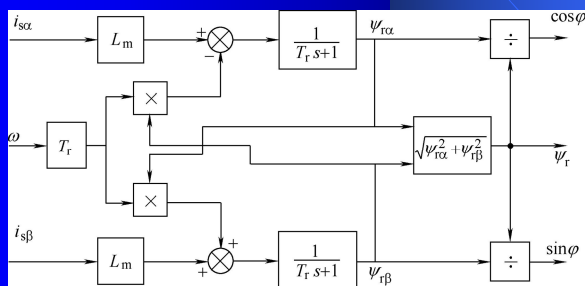


图7-25 在 $\alpha\beta$ 坐标系计算转子磁链的电流模型

- 在**两相静止坐标系**上计算转子磁链时，即使系统达到稳态，由于电压、电流和磁链均为正弦量，计算量大，程序复杂，对计算步长敏感。

## 2. 在 $mt$ 坐标系上计算转子磁链的电流模型

$$\psi_r = \frac{L_m}{T_r s + 1} i_{sm} \quad (7-81)$$

$$\omega_s = \omega_1 - \omega = \frac{L_m}{T_r} \psi_r \quad (7-82)$$

$$C_{2s/2r}(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}$$

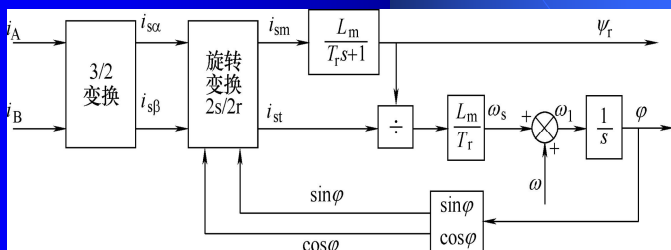


图7-26 在 $mt$ 坐标系计算转子磁链的电流模型

## 计算转子磁链的电流模型特点

- 上述两种计算转子磁链的电流模型都需要实测的电流和转速信号，**不论转速高低时都能适用**。
- 受电动机参数变化的影响。电动机温升和频率变化都会影响转子电阻，磁饱和程度将影响电感。
- 这些影响都将导致磁链幅值与位置信号失真，而反馈信号的失真必然使磁链闭环控制系统的性能降低，这是电流模型的不足之处。

## 2. 计算转子磁链的电压模型

磁链方程为：

由磁链方程前两行得：

$$\begin{cases} \psi_{sa} = L_s i_{sa} + L_m i_{ra} \\ \psi_{s\beta} = L_s i_{s\beta} + L_m i_{r\beta} \end{cases} \quad (7-89)$$

带入磁链方程后两行得：

$$\begin{cases} \psi_{ra} = \frac{L_r}{L_m} (\psi_{sa} - \sigma L_s i_{sa}) \\ \psi_{r\beta} = \frac{L_r}{L_m} (\psi_{s\beta} - \sigma L_s i_{s\beta}) \end{cases} \quad (7-91)$$

$$\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}$$

——电动机漏磁系数

$$\begin{cases} \psi_{ra} = \frac{L_r}{L_m} (\psi_{sa} - \sigma L_s i_{sa}) \\ \psi_{r\beta} = \frac{L_r}{L_m} (\psi_{s\beta} - \sigma L_s i_{s\beta}) \end{cases} \quad (7-91)$$

在 $\alpha\beta$ 坐标系上定子电压方程 由  $\frac{d\psi_{sa}}{dt} = -R_s i_{sa} + u_{sa}$  (7-44)

得：

计算转子磁链的电压模型为

$$\begin{cases} \psi_{ra} = \frac{L_r}{L_m} \left[ \int (u_{sa} - R_s i_{sa}) dt - \sigma L_s i_{sa} \right] \\ \psi_{r\beta} = \frac{L_r}{L_m} \left[ \int (u_{s\beta} - R_s i_{s\beta}) dt - \sigma L_s i_{s\beta} \right] \end{cases} \quad (7-92)$$

(7-92)

The diagram illustrates a two-channel control system for a motor drive. The top channel processes the  $\alpha$ -axis stator voltage  $u_{s\alpha}$  and current  $i_{s\alpha}$ . The current is measured by a sensor  $R_s$  and fed back to a summing junction. The voltage is also fed to the same summing junction. The output of the summing junction is integrated by  $1/s$  and then multiplied by the ratio  $L_r/L_m$ . This result is then added to a feedforward path  $\sigma L_s$  (which also receives the current  $i_{s\alpha}$ ) at another summing junction to produce the rotor flux component  $\psi_{r\alpha}$ . The bottom channel processes the  $\beta$ -axis stator voltage  $u_{s\beta}$  and current  $i_{s\beta}$  in a similar manner to produce  $\psi_{r\beta}$ . The two rotor flux components  $\psi_{r\alpha}$  and  $\psi_{r\beta}$  are then combined in a block that calculates the magnitude  $\sqrt{\psi_{r\alpha}^2 + \psi_{r\beta}^2}$ , resulting in the total rotor flux  $\psi_r$ . Finally, the total flux  $\psi_r$  is divided by  $\psi_{r\alpha}$  to produce  $\cos \varphi$  and by  $\psi_{r\beta}$  to produce  $\sin \varphi$ .

图7-27 计算转子磁链的电压模型

- 电压模型包含纯积分项，积分的初始值和累积误差都影响计算结果，在低速时，定子电阻压降变化的影响也较大。
- 电压模型更适合于中、高速范围，而电流模型能适应低速。有时为了提高准确度，把两种模型结合起来。

- 矢量控制系统中，转子磁链幅值和位置信号均由磁链模型计算获得，受到电动机参数变化的影响，造成控制的不准确性。

- 采用磁链开环的控制方式，无需转子磁链幅值，但对于矢量变换而言，仍然需要转子磁链的位置信号，转子磁链的计算仍然不可避免。

- 利用给定值间接计算转子磁链的位置，可简化系统结构，这种方法称为间接定向。

### 7.6.5 磁链开环转差型矢量控制系统——间接定向

$$\psi_r = \frac{L_m}{T_{rS} + 1} i_{sm} \quad (7-81)$$

$$T_e = \frac{n_p L_m}{L_r} i_{sl} \psi_r \quad (7-84)$$

$$\omega_s = \omega_1 - \omega = \frac{L_m}{T_r \psi_r} i_{st} \quad (7-83)$$

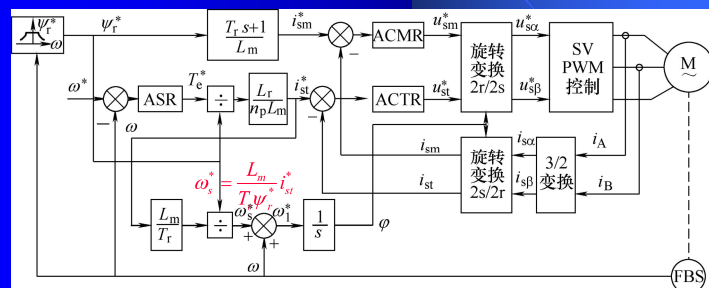
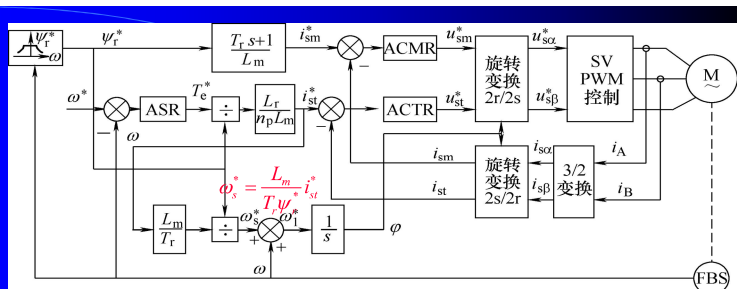


图7-32 转速闭环、磁链开环转差型间接矢量控制系统



- 该系统的主要特点如下:

- (1) 用定子电流转矩分量和转子磁链计算转差频率给定信号  
将转差频率给定信号加上实际转速，得到坐标系的旋转角速度，经积分环节产生矢量变换角。

- (2) 磁链开环转差型矢量控制系统的磁场定向由磁链和电流转矩分量给定信号确定，没有用磁链模型实际计算转子磁链及其相位，所以属于间接的磁场定向。

- (3) 矢量控制方程中包含电动机转子参数，定向精度仍受参数变化的影响，磁链和电流转矩分量给定值与实际值存在差异，将影响系统的性能。

### 7.6.6 矢量控制系统的特点与存在的问题

#### ● 矢量控制系统的特点

(1) 按转子磁链定向，实现了定子电流励磁分量和转矩分量的解耦，需要电流闭环控制。

(2) 采用连续的PI控制，转矩与磁链变化平稳，电流闭环控制可有效地限制起、制动电流。

#### ● 矢量控制系统存在的问题：

(1) 转子磁链计算精度受易于变化的转子电阻的影响，转子磁链的角度精度影响定向的准确性。

(2) 需要进行矢量变换，系统结构复杂，运算量大。

### 7.7 异步电动机按定子磁链控制的直接转矩控制系统

- 直接转矩控制系统简称DTC(Direct Torque Control)系统，是继矢量控制系统之后发展起来的另一种高动态性能的交流电动机变压变频调速系统。
- 在转速环内，利用转矩反馈直接控制电动机的电磁转矩，因而得名。

- 1985年由德国学者M.Depenbrock首次提出了基于六边形磁链的直接转矩控制论(DSC)，并于1987年推广到弱磁调速范围。
- 1986年日本学者I.Takahashi提出了定子磁链为圆形的异步电机直接转矩控制方案。
- 1994年瑞士ABB公司将直接转矩控制技术成功应用于异步电机通用变频器上。从1994年到2011年的十多年中，相继推出了ACS600、ACS800系列直接转矩控制变频器，ACS800系列变频器主要应用于工业领域，其功率可达2.8MW，额定转矩的响应速度小于5ms，稳态时转速偏差为0.01%的额定转速。
- 在德国，直接转矩控制技术已经成功应用于兆瓦级电力机车牵引上。

- 直接转矩控制系统的基本思想是根据定子磁链幅值偏差的正负符号和电磁转矩偏差的正负符号，再依据当前定子磁链矢量所在的位置，直接选取合适的电压空间矢量，减小定子磁链幅值的偏差和电磁转矩的偏差，实现电磁转矩与定子磁链的控制。

## DTC系统的核心问题：

除转矩和磁链砰-砰控制外，

- 1、如何根据两个砰-砰控制器的输出信号来选择电压空间矢量和逆变器的开关状态
- 2、转矩和定子磁链反馈信号的计算模型

### 7.7.1 定子电压矢量对定子磁链与电磁转矩的控制作用

为了分析电压矢量的控制作用，理解直接转矩控制系统的基本原理，首先导出按定子磁链定向的同步旋转坐标系下异步电动机动态数学模型，然后分析电压空间矢量对定子磁链与电磁转矩的控制作用。



- 以定子电流、定子磁链和转速为**状态变量**的**同步旋转坐标系下(dq)动态数学模型**

$$\begin{aligned}\frac{d\omega}{dt} &= \frac{n_p}{J}(i_{sq}\psi_{sd} - i_{sd}\psi_{sq}) - \frac{n_p}{J}T_L \\ \frac{d\psi_{sd}}{dt} &= -R_s i_{sd} + \omega_l \psi_{sq} + u_{sd} \\ \frac{d\psi_{sq}}{dt} &= -R_s i_{sq} - \omega_l \psi_{sd} + u_{sq} \\ \frac{di_{sd}}{dt} &= \frac{1}{\sigma L_s T_r} \psi_{sd} + \frac{1}{\sigma L_s} \omega \psi_{sq} - \frac{R_s L_r + R_r L_s}{\sigma L_s L_r} i_{sd} + (\omega_l - \omega) i_{sq} + \frac{u_{sd}}{\sigma L_s} \\ \frac{di_{sq}}{dt} &= \frac{1}{\sigma L_s T_r} \psi_{sq} - \frac{1}{\sigma L_s} \omega \psi_{sd} - \frac{R_s L_r + R_r L_s}{\sigma L_s L_r} i_{sq} - (\omega_l - \omega) i_{sd} + \frac{u_{sq}}{\sigma L_s}\end{aligned}\quad (7-72)$$

● **电磁转矩**

$$T_e = n_p (i_{sq} \psi_{sd} - i_{sd} \psi_{sq})$$

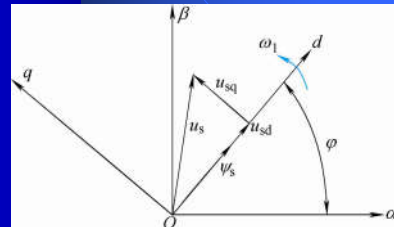
## 按定子磁链定向

- 采用按定子磁链定向（仍用dq表示），使d轴与定子磁链矢量重合，则

$$\begin{aligned}\psi_{sd} &= \psi_s \\ \psi_{sq} &= 0\end{aligned}$$

- 为了保证d轴始终与定子磁链矢量重合，还应使

$$\frac{d\psi_{sq}}{dt} = 0$$



## 异步电机按定子磁链定向的动态模型

$$\begin{aligned}\frac{d\omega}{dt} &= \frac{n_p}{J} i_{sq} \psi_s - \frac{n_p}{J} T_L \\ \frac{d\psi_s}{dt} &= -R_s i_{sd} + u_{sd} \\ \frac{di_{sd}}{dt} &= -\frac{L_s R_r + L_r R_s}{\sigma L_s L_r} i_{sd} + \frac{1}{\sigma L_s T_r} \psi_s + (\omega_l - \omega) i_{sq} + \frac{u_{sd}}{\sigma L_s} \\ \frac{di_{sq}}{dt} &= -\frac{L_s R_r + L_r R_s}{\sigma L_s L_r} i_{sq} - \frac{1}{\sigma L_s} \omega \psi_s - (\omega_l - \omega) i_{sd} + \frac{u_{sq}}{\sigma L_s}\end{aligned}\quad (7-95)$$

- **电磁转矩**

$$T_e = n_p i_{sq} \psi_s \quad (7-96)$$

- 定子磁链矢量的旋转角速度

由式 (7-72) 知

$$u_{sq} = R_s i_{sq} + \frac{d\psi_{sq}}{dt} + \omega_l \psi_{sd}$$

$$\omega_l = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{u_{sq} - R_s i_{sq}}{\psi_s} \quad (7-97)$$

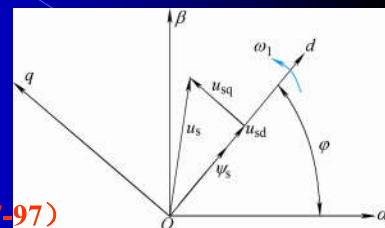


图7-29 d轴与定子磁链矢量重合

**定子电压矢量d轴分量**决定了定子磁链幅值的增减。

**q轴分量**决定定子磁链矢量的旋转角速度，从而决定转差频率和电磁转矩。

- 两电平PWM逆变器可输出8个空间电压矢量，6个有效工作矢量，2个零矢量。
- 将期望的定子磁链圆轨迹分为6个扇区。
- 6个有效工作电压空间矢量，将产生不同的磁链增量。

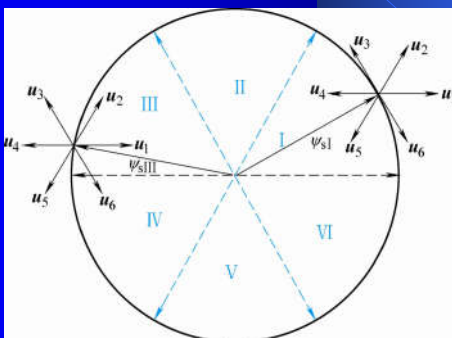


图7-30 定子磁链圆轨迹扇区图

- 当定子磁链矢量位于第I扇区时， $u_2$ 的作用是使定子磁链幅值和电磁转矩都增加。
- 当定子磁链矢量位于第III扇区时， $u_2$ 的作用是使定子磁链幅值和电磁转矩都减小。

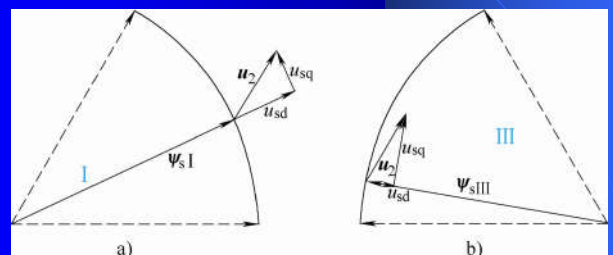


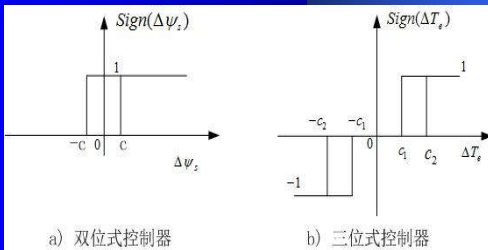
图7-31 电压矢量分解图  
a) 第I扇区 b) 第III扇区



### ●定子磁链幅值偏差 的符号函数

$$\text{Sign}(\Delta\psi_s) = \begin{cases} 1 & \Delta\psi_s = \psi_s^* - \psi_s > c \\ 0 & \Delta\psi_s = \psi_s^* - \psi_s < -c \end{cases}$$

- 当符号函数=1时，选择合适的矢量使定子磁链加大；
- 当符号函数=0时，选择合适的矢量使定子磁链减小。



### ●电磁转矩偏差 的符号函数

$$\text{Sign}(\Delta T_e) = \begin{cases} 1 & \Delta T_e = T_e^* - T_e > c_2 \\ 0 & -c_1 < \Delta T_e = T_e^* - T_e < c_1 \\ -1 & \Delta T_e = T_e^* - T_e < -c_2 \end{cases}$$

当符号函数=1时，使定子磁场正向旋转，实际转矩加大；当符号函数=0时，采用定子磁场停止转动，使电磁转矩减小；当符号函数=-1时，使定子磁场反向旋转，实际电磁转矩 反向增大。

表 7-2 电压空间矢量选择表

$\text{Sign}(\Delta\psi_s)$	$\text{Sign}(\Delta T_e)$	$-\frac{\pi}{6}$	$-\frac{\pi}{6} \sim 0$	0	$0 \sim \frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{6}$
1	1	$u_1$	$u_2$	$u_2$	$u_2$	$u_2$
	0	$u_0$ 或 $u_7$				
	-1	$u_6$	$u_6$	$u_6$	$u_6$	$u_1$
0	1	$u_3$	$u_3$	$u_3$	$u_3$	$u_4$
	0	$u_0$ 或 $u_7$				
	-1	$u_4$	$u_5$	$u_5$	$u_5$	$u_5$

- 用查表法（表7-2）选取电压空间矢量，如磁链控制与转矩控制发生冲突时，以转矩控制优先，零矢量可按开关损耗最小的原则选取。

### 7.7.3 定子磁链和转矩计算模型

#### ●定子磁链计算模型

两相静止坐标系上定子电压方程

$$\frac{d\psi_{s\alpha}}{dt} = -R_s i_{s\alpha} + u_{s\alpha}$$

$$\frac{d\psi_{s\beta}}{dt} = -R_s i_{s\beta} + u_{s\beta}$$

移项并积分后得

$$\psi_{s\alpha} = \int (u_{s\alpha} - R_s i_{s\alpha}) dt$$

$$\psi_{s\beta} = \int (u_{s\beta} - R_s i_{s\beta}) dt$$

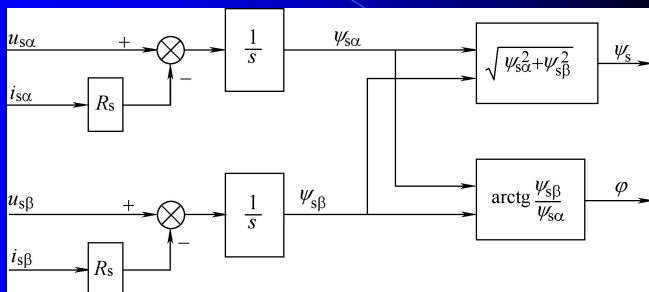


图7-35 定子磁链计算模型

#### ●转矩计算模型

两相静止坐标系中电磁转矩

$$T_e = n_p (i_{s\beta} \psi_{s\alpha} - i_{s\alpha} \psi_{s\beta})$$

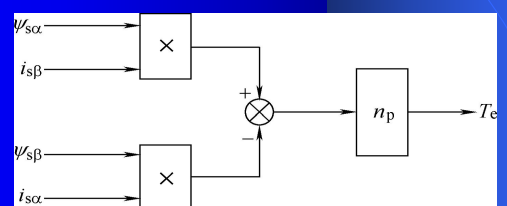


图7-36 电磁转矩计算模型

### 7.7.4直接转矩控制系统的特点与存在的问题

- 直接转矩控制系统的特点：
  - (1) 转矩和磁链的控制采用双位式控制器，并在PWM逆变器中直接用这两个控制信号产生输出电压，省去了旋转变换和电流控制，简化了控制器的结构。
  - (2) 选择定子磁链作为被控量，计算磁链的模型可以不受转子参数变化的影响，提高了控制系统的鲁棒性。
  - (3) 由于采用了直接转矩控制，在加减速或负载变化的动态过程中，可以获得快速的转矩响应，但必须注意限制过大的冲击电流，以免损坏功率开关器件，因此实际的转矩响应也是有限的。

- 直接转矩控制系统存在的问题：
  - (1) 由于采用双位式控制，实际转矩必然在上下限内脉动；
  - (2) 由于磁链计算采用了带积分环节的电压模型，积分初值、累积误差和定子电阻的变化都会影响磁链计算的准确度。

### 7.8 直接转矩控制系统与矢量控制系统的比较

表 7-3 直接转矩控制系统和矢量控制系统特点与性能比较

性能与特点	直接转矩控制系统	矢量控制系统
磁链控制	定子磁链闭环控制	转子磁链可以闭环控制，也可以开环控制
转矩控制	多位式控制，有转矩脉动	连续控制，比较平滑
电流控制	无闭环控制	闭环控制
坐标变换	静止坐标变换，较简单	旋转坐标变换，较复杂
磁链定向	需知道定子磁链矢量的位置，但无须精确定向	按转子磁链定向
调速范围	不够宽	比较宽
转矩动态响应	较快	不够快

- 矢量控制系统**通过电流闭环控制，实现定子电流的两个分量的解耦，进一步实现电磁转矩与转子磁链的解耦，有利于分别设计转速与磁链调节器；实行连续控制，可获得较宽的调速范围。
- 矢量控制系统**按转子磁链定向受电动机转子参数变化的影响，降低了系统的鲁棒性。
- 直接转矩控制系统**采用双位式控制，根据定子磁链幅值偏差、电磁转矩偏差的符号以及期望电磁转矩的极性，再依据当前定子磁链矢量所在的位置，**直接产生PWM驱动信号，避开了旋转坐标变换**，简化了控制结构。
- 直接转矩控制**不可避免地产生转矩脉动，影响低速性能，调速范围受到限制。