

第六章

地下硐室围岩

应力计算及稳定性分析

授课学时： 12学时

关键术语：围岩应力，围岩压力，弹性区，塑性区，松弛区，围岩变形压力，围岩松动压力，围岩，普氏平衡拱，喷锚支护，稳定性。

要 求

- 1、掌握本课程重点难点内容；
- 2、掌握圆形巷道围岩应力分布规律；
- 3、了解椭圆形、矩形巷道周边应力分布；
- 4、掌握有内压圆形巷道围岩与衬砌的应力计算
- 5、了解塑性区半径、松弛区半径及围岩位移的计算公式；
- 6、了解岩体构造对井壁稳定性的影响；
- 7、掌握井壁压力的平面挡土墙计算方法；
- 8、了解井壁压力空心圆柱体挡土墙计算方法。

本章内容

- § 6-1 概述
- § 6-2 弹性理论计算巷道围岩与衬砌应力
- § 6-3 巷道围岩应力分布的弹塑性力学分析法
- § 6-4 巷道围岩位移
- § 6-5 围岩压力计算
- § 6-6 巷道支护
- § 6-7 竖井围岩应力计算及稳定性分析

本章的重点难点：

- 1、圆形巷道围岩应力弹塑性理论分析方法；
- 2、围岩与支护相互作用原理；
- 3、弹塑性理论计算围岩压力
- 4、块体平衡理论计算围岩压力；
- 5、压力拱理论计算围岩压力；
- 6、太沙基理论计算围岩压力；
- 7、喷锚支护的力学作用；
- 8、圆形竖井围岩应力分布与稳定性评价。

§ 6-1 概 述

一、地下硐室的分类

地下硐室(underground cavity)是指人工开挖或天然存在于岩土体中作为各种用途的构筑物。

按用途：矿山巷道（井）、交通隧道、水工隧道、地下厂房（仓库）、地下军事工程

按硐室受压情况：有压硐室、无压硐室

按断面形状：圆形、矩形、城门洞形、椭圆形

按与水平面关系：水平硐室、斜硐、垂直硐室（井）

按介质类型：岩石硐室、土硐

按应力情况：单式硐室、群硐

§ 6-1 概述

二、地下硐室围岩应力分析方法

根据围岩的结构不同，可采用不同的分析方法。

完整结构的岩体：弹塑性力学分析

- 各向同性岩体
- 各向异性岩体

块状结构岩体：块体平衡理论分析

碎裂和松散结构岩体：松散体力学分析

- 普氏压力拱理论
- 太沙基理论

一、无内压巷道围岩应力分布

1、圆形巷道围岩应力分布

设原岩垂直应力为 p ，水平应力为 q ，作用在围岩边界，忽略围岩自重的影响，按弹性理论中的**基尔希公式**计算围岩中任一点 $M(r, \theta)$ 的应力：

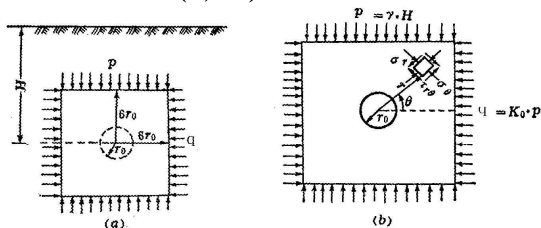


图 围岩应力分布范围及计算简图
(a)深埋圆形巷道应力的影响范围；(b)圆形应力计算简图

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{p+q}{2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) + \frac{q-p}{2} \left(1 - 4\frac{a^2}{r^2} + 3\frac{a^4}{r^4}\right) \cos 2\theta \\ \sigma_\theta &= \frac{p+q}{2} \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) - \frac{q-p}{2} \left(1 + 3\frac{a^4}{r^4}\right) \cos 2\theta \\ \tau_{r\theta} &= \frac{q-p}{2} \left(1 + 2\frac{a^2}{r^2} - 3\frac{a^4}{r^4}\right) \sin 2\theta \end{aligned} \right\} (6-1)$$

(2) 当 $r=a$ 时，即巷道周边的应力为：

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \tau_{r\theta} = 0 \\ \sigma_\theta &= p(1 + 2\cos 2\theta) + q(1 - 2\cos 2\theta) \end{aligned} \right\} (6-3)$$

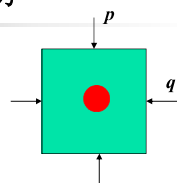
$$\text{或：} \quad \sigma_\theta = p \left[(1 + \lambda) + 2(1 - \lambda) \cos 2\theta \right] \quad (6-4)$$

式中： $\lambda = q/p$ 为侧压力系数。

§ 6-2 弹性理论计算巷道围岩与衬砌应力

基本假定：岩体为均质、连续和各向同性的介质。

研究围岩二次应力状态的方法：



将巷道和围岩视为无重量的有孔平板的平面应变问题，平板所受到的外力即原岩应力。巷道上部和下部的初始应力不相等，但当巷道埋深大于其高度的20倍时，这种应力差即可略去。于是，当 $p=q$ ，即 $\lambda=1$ ，可视为二向等压下有孔平板平面应变问题，当 $p \neq q$ 时，即 $\lambda \neq 1$ ，则视为二向不等压的有孔平板平面应变问题。计算结果表明，采用这种计算误差不超过1%。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{p+q}{2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) + \frac{q-p}{2} \left(1 - 4\frac{a^2}{r^2} + 3\frac{a^4}{r^4}\right) \cos 2\theta \\ \sigma_\theta &= \frac{p+q}{2} \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) - \frac{q-p}{2} \left(1 + 3\frac{a^4}{r^4}\right) \cos 2\theta \\ \tau_{r\theta} &= \frac{q-p}{2} \left(1 + 2\frac{a^2}{r^2} - 3\frac{a^4}{r^4}\right) \sin 2\theta \end{aligned} \right\} (6-1)$$

(1) 当 $r \rightarrow \infty$ 时，

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{p+q}{2} + \frac{q-p}{2} \cos 2\theta \\ \sigma_\theta &= \frac{p+q}{2} - \frac{q-p}{2} \cos 2\theta \\ \tau_{r\theta} &= \frac{q-p}{2} \sin 2\theta \end{aligned} \right\} (6-2)$$

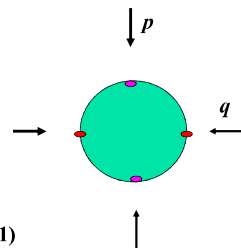
上式即为极坐标中的原岩应力。

$$\text{由：} \quad \sigma_\theta = p \left[(1 + \lambda) + 2(1 - \lambda) \cos 2\theta \right]$$

可见， σ_θ 与 λ 和 θ 密切相关。

当 $\theta = 0, \pi$ 时， $\sigma_\theta = p(3 - \lambda)$

当 $\theta = 3\pi/2, \pi/2$ 时， $\sigma_\theta = p(3\lambda - 1)$



由于岩体的抗拉强度很小，认为岩体不抗拉，因此，**巷道周边不能出现拉应力的条件为：**

$$\left. \begin{aligned} \sigma_\theta &= p(3 - \lambda) \geq 0 \\ \sigma_\theta &= p(3\lambda - 1) \geq 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\text{解得：} \quad \frac{1}{3} \leq \lambda \leq 3$$

当 $\theta = 0, \pi$ 时, $\sigma_{\theta} = p(3 - \lambda)$

当 $\theta = 3\pi/2, \pi/2$ 时, $\sigma_{\theta} = p(3\lambda - 1)$

不同的 λ 下, 巷道周边切向应力 σ_{θ} 的分布:

λ	$\theta=0, \pi$	$\theta=\pi/2, 3\pi/2$
4	$-p$	$11p$
3	0	$8p$
2	p	$5p$
1	$2p$	$2p$
1/2	$2.5p$	$0.5p$
1/3	$2.67p$	$0p$
1/4	$2.75p$	$-0.25p$

不同的 λ 下, 巷道周边切向应力 σ_{θ} 的分布:

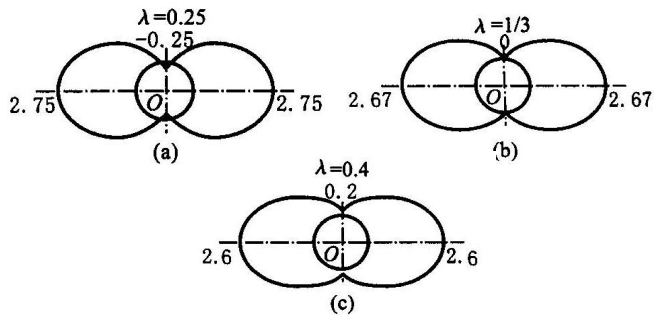


图 几种不同的 λ 情况下圆形巷道周边应力分布
注: (1) 图中数字为相对于原岩铅垂应力 p 的应力集中系数;
(2) (d)、(e) 的虚线部分为示意性的, 只表示了一半。

不同的 λ 下, 巷道周边切向应力 σ_{θ} 的分布:

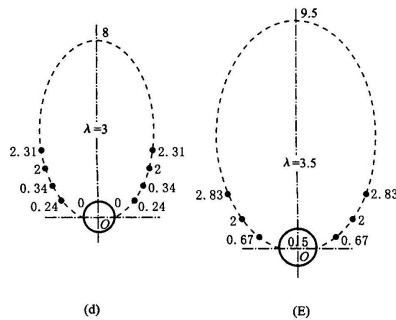


图 几种不同的 λ 情况下圆形巷道周边应力分布
注: (1) 图中数字为相对于原岩铅垂应力 p 的应力集中系数;
(2) (d)、(e) 的虚线部分为示意性的, 只表示了一半。

不同的 λ 下, 巷道周边切向应力 σ_{θ} 的分布:

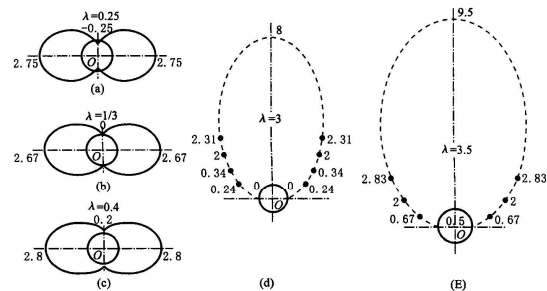


图 几种不同的 λ 情况下圆形巷道周边应力分布
注: (1) 图中数字为相对于原岩铅垂应力 p 的应力集中系数;
(2) (d)、(e) 的虚线部分为示意性的, 只表示了一半。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{p+q}{2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) + \frac{q-p}{2} \left(1 - 4\frac{a^2}{r^2} + 3\frac{a^4}{r^4}\right) \cos 2\theta \\ \sigma_{\theta} &= \frac{p+q}{2} \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) - \frac{q-p}{2} \left(1 + 3\frac{a^4}{r^4}\right) \cos 2\theta \\ \tau_{r\theta} &= \frac{q-p}{2} \left(1 + 2\frac{a^2}{r^2} - 3\frac{a^4}{r^4}\right) \sin 2\theta \end{aligned} \right\} \quad (6-1)$$

(3) 当 $p=q$, 即 $\lambda=1$ 时,

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= p \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) \\ \sigma_{\theta} &= p \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) \\ \tau_{r\theta} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6-5)$$

可见, σ_{θ} 、 σ_r 与 θ 无关, $\lambda=1$ (轴对称) 时对圆形巷道围岩应力分布最有利。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= p \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) \\ \sigma_{\theta} &= p \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) \\ \tau_{r\theta} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

当 $r=a$, 巷道周边应力为:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \tau_{r\theta} = 0 \\ \sigma_{\theta} &= 2p \end{aligned} \right\} \quad (6-6)$$

当 $r \rightarrow \infty$ 时, 巷道原岩应力为:

$$\sigma_r = p \quad \sigma_{\theta} = p \quad \tau_{r\theta} = 0 \quad (6-7)$$

圆形巷道开挖应力扰动范围为巷道半径的 3—5 倍。

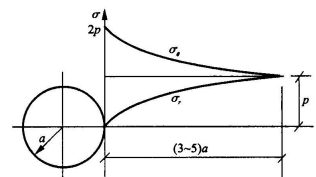


图 轴对称条件下圆形坑道围岩应力分布示意图

2、椭圆形巷道周边应力分布

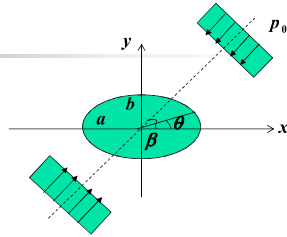
在单向应力 p_0 作用下，椭圆形巷道周边任一点的径向应力 σ_r 、切向应力 σ_θ 、剪应力 $\tau_{r\theta}$ ，根据弹性力学计算公式为：

$$\sigma_r = 0, \tau_{r\theta} = 0$$

$$\sigma_\theta = p_0 \frac{(1+m)^2 \sin^2(\theta+\beta) - \sin^2 \beta - m^2 \cos^2 \beta}{\sin^2 \theta + m^2 \cos^2 \theta}$$

式中：

- m ——y轴上的半轴b与x轴上的半轴a的比值，即 $m=b/a$ ；
 θ ——洞壁上任意一点M与椭圆形中心的连线与x轴的夹角；
 β ——荷载 p_0 作用线与x轴的夹角；
 p_0 ——外荷载。



$$\sigma_\theta = p_0 \frac{(1+m)^2 \sin^2(\theta+\beta) - \sin^2 \beta - m^2 \cos^2 \beta}{\sin^2 \theta + m^2 \cos^2 \theta}$$

若 $\beta=0$ ， $p_0=\lambda p$ ，则：

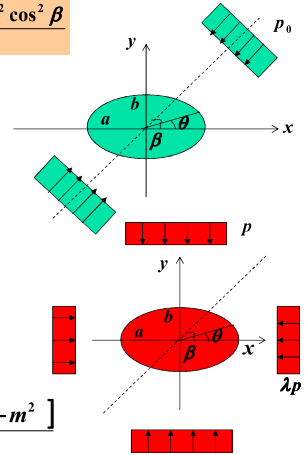
$$\sigma_\theta = \lambda p \frac{(1+m)^2 \sin^2 \theta - m^2}{\sin^2 \theta + m^2 \cos^2 \theta} \quad (1)$$

若 $\beta=90^\circ$ ， $p_0=p$ ，则：

$$\sigma_\theta = p \frac{(1+m)^2 \cos^2 \theta - 1}{\sin^2 \theta + m^2 \cos^2 \theta} \quad (2)$$

在原岩应力 p 、 λp 作用下，则由(1) + (2)得：

$$\sigma_\theta = p \frac{(1+m)^2 \cos^2 \theta - 1 + \lambda [(1+m)^2 \sin^2 \theta - m^2]}{\sin^2 \theta + m^2 \cos^2 \theta}$$



$$\sigma_r = \tau_{r\theta} = 0$$

(6-8)

$$\sigma_\theta = \frac{p[m(m+2)\cos^2 \theta - \sin^2 \theta] + \lambda p[(2m+1)\sin^2 \theta - m^2 \cos^2 \theta]}{\sin^2 \theta + m^2 \cos^2 \theta}$$

巷道周边两帮中点处 ($\theta = 0, \pi$) 切向应力为：

$$\sigma_{\theta 1} = p \left[\left(1 + \frac{2}{m}\right) - \lambda \right] = p \left(1 + \frac{2a}{b} - \lambda\right) \quad (a)$$

巷道周边顶底板中点处 ($\theta = 3\pi/2, \pi/2$) 切向应力为：

$$\sigma_{\theta 2} = p \left[(1+2m)\lambda - 1 \right] = p \left[\left(1 + 2\frac{b}{a}\right)\lambda - 1 \right] \quad (b)$$

若 (a)=(b)，即 $\sigma_{\theta 1} = \sigma_{\theta 2}$ ，则可得：

$$\lambda = \frac{a}{b} = \frac{1}{m} = \frac{q}{p} \quad (c)$$

$$\lambda = \frac{1}{m} = \frac{a}{b} = \frac{q}{p} \quad (c)$$

由 (c) 可得：

$$\frac{\text{长轴}}{\text{短轴}} = \frac{\text{长轴方向原岩应力}}{\text{短轴方向原岩应力}} \quad (6-9)$$

满足上式的轴比叫等应力轴比。在等应力轴比的条件下，椭圆形巷道顶底板中点和两帮中点的切向应力相等，周边应力分布比较均匀。

可见，在原岩应力($p, \lambda p$)一定的条件下， σ_θ 随轴比 m 而变化。为了获得合理的应力分布，可通过调整轴比 m 来实现。

例： $\lambda = 1/4$ 条件下，不同轴比 m 对应的顶底板和两帮中点处的 σ_θ ：

表 $\lambda = 1/4$ 时椭圆形坑道轴比与 σ_θ 的关系

坑道形状										
轴 比	水平轴	1 : 5	1 : 4	1 : 3	1 : 2	1	2 : 1	3 : 1	4 : 1	5 : 1
	垂直轴	5	4	3	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$
σ_r	两帮中点	$1.15p$	$1.25p$	$1.42p$	$1.75p$	$2.75p$	$4.7p$	$6.75p$	$8.75p$	$10.75p$
	顶底板中点	$1.75p$	$1.25p$	$0.75p$	$0.25p$	$-0.25p$	$-0.5p$	$-0.5p$	$-0.63p$	$-0.65p$

(1) 当 $m \leq 1$ ，顶底板中的 σ_θ 出现拉应力，故在 $\lambda = 1/4$ 条件下，应选 $m > 1$ 。

(2) 当 $m = 4$ 时，巷道两帮中点和顶底板中点的应力为1.25p，出现切向应力相等的应力状态，即等应力轴比状态。

在等应力轴比状态下，即 $\lambda = \frac{1}{m} = \frac{a}{b} = \frac{q}{p}$

将上式代入 (6-8)：

$$\sigma_{\theta} = \frac{p[m(m+2)\cos^2\theta - \sin^2\theta] + \lambda p[(2m+1)\sin^2\theta - m^2\cos^2\theta]}{\sin^2\theta + m^2\cos^2\theta}$$

$$\sigma_{\theta} = p \frac{\left[\frac{1}{\lambda} \left(\frac{1}{\lambda} + 2 \right) \cos^2\theta - \sin^2\theta \right] + \lambda \left[\left(\frac{2}{\lambda} + 1 \right) \sin^2\theta - \left(\frac{1}{\lambda} \right)^2 \cos^2\theta \right]}{\sin^2\theta + \left(\frac{1}{\lambda} \right)^2 \cos^2\theta}$$

$$= p \frac{\left[\lambda^3 \sin^2\theta + \lambda^2 \sin^2\theta + \lambda \cos^2\theta + \cos^2\theta \right]}{\lambda^2 \sin^2\theta + \cos^2\theta}$$

$$= p \frac{(\lambda^2 \sin^2\theta + \cos^2\theta)(1 + \lambda)}{\lambda^2 \sin^2\theta + \cos^2\theta} = p(1 + \lambda)$$

在等应力轴比条件下， σ_{θ} 与 θ 无关，周边切向应力为均匀分布。

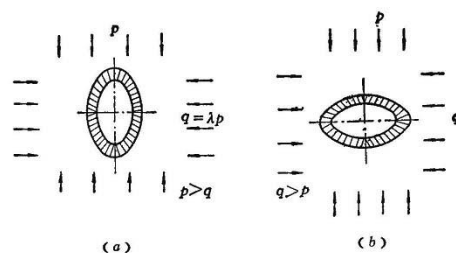


图 6-10 轴比 $\frac{b}{a} = \frac{p}{q}$ 时巷道周边的应力分布图

可见，椭圆形长轴与原岩最大主应力方向一致时，巷道周边不出现切向拉应力，应力分布较合理，等应力轴比时最好。

3、矩形巷道围岩应力分布

由实验和理论分析可知，矩形巷道围岩应力的大小与矩形形状（高宽比）和原岩应力（ λ ）有关。

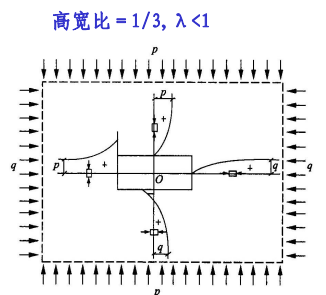


图 6-11 矩形坑道围岩应力沿断面对称轴的变化规律示意图

矩形巷道围岩应力分布特征：

- (1) 顶底板中点水平应力在巷道周边出现拉应力，越往围岩内部，应力逐渐由拉应力转化为压应力，并趋于原岩应力 q ；
- (2) 顶底板中点垂直应力在巷道周边为 0，越往围岩内部，应力越大，并趋于原岩应力 p ；
- (3) 两帮中点水平应力在巷道周边为 0，越往围岩内部，应力越大，并趋于原岩应力 q 。

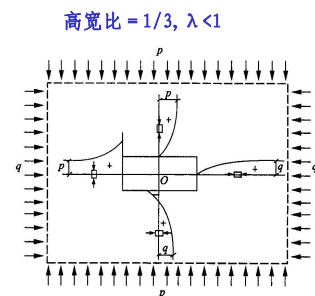


图 6-12 矩形坑道围岩应力沿断面对称轴的变化规律示意图

- (4) 两帮中点垂直应力在巷道周边最大，越往围岩内部，应力逐渐减小，并趋于原岩应力 p ；

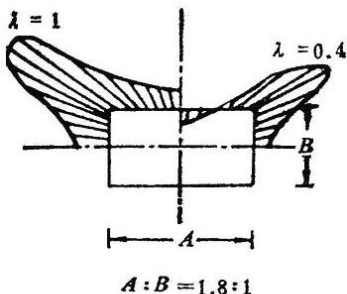
例：不同 λ 和不同轴比 $\frac{B}{A}$ 下，矩形巷道周边顶底板和两帮中点处的 σ_{θ} ：

表 6-1 矩形坑道周边切向应力 σ_{θ} 与 λ 和轴比的关系

轴比	0		0.25		0.5		0.75		1	
	顶底板中点	两帮中点	顶底板中点	两帮中点	顶底板中点	两帮中点	顶底板中点	两帮中点	顶底板中点	两帮中点
1:5	1.10p	-0.71p	0.96p	-0.16p	0.72p	0.44p	0.48p	1.04p	0.25p	1.65p
2:3	1.34p	-0.71p	1.09p	-0.23p	0.85p	0.31p	0.6p	0.84p	0.36p	1.38p
1	1.47p	-0.8p	1.27p	-0.44p	1.07p	-0.06p	0.87p	0.3p	0.67p	0.67p
3:2	2.15p	-0.98p	1.96p	-0.62p	1.76p	-0.31p	1.57p	0.07p	1.32p	0.36p
5:1	2.42p	-0.94p	2.23p	-0.64p	2.03p	-0.36p	1.84p	-0.16p	1.65p	0.25p

矩形巷道断面长轴与原岩最大主应力方向一致时，围岩应力分布较合理，等应力轴比时最好。

- (5) 巷道四角处应力集中最大，其大小与曲率半径有关。曲率半径越小，应力集中越大，在角隅处可达 6~8。



矩形断面巷道周边应力分布

4、巷道围岩分布的共同特点：

(1) 无论巷道断面形状如何，周边附近应力集中系数最大，远离周边，应力集中程度逐渐减小，在距巷道中心为3—5倍巷道半径处，围岩应力趋近于与原岩应力相等。

(2) 巷道围岩应力受侧应力系数 λ 、巷道断面轴比的影响，一般说来，巷道断面长轴平行于原岩最大主应力方向时，能获得较好的围岩应力分布；而当巷道断面长轴与短轴之比等于长轴方向原岩最大主应力与短轴方向原岩应力之比时，巷道围岩应力分布最理想。这时在巷道顶底板中点和两帮中点处切向应力相等，并且不出现拉应力。

4、巷道围岩分布的共同特点：

(3) 巷道断面形状影响围岩应力分布的均匀性。通常平直边容易出现拉应力，转角处产生较大剪应力集中，都不利于巷道的稳定。

(4) 巷道影响区随巷道半径的增大而增大，相应地应力集中区也随巷道半径增大而增大。如果应力很高，在周边附近应力超过岩体承载能力而产生的破裂区半径也将较大。

(5) 上述特征都是在假定巷道周围围岩完整的情况下才具备的。在采用爆破方法开挖的巷道中，由于爆破的松动和破坏作用，巷道周边往往不是应力集中区，而是应力降低区，此区域又叫爆破松动区。该区域的范围一般在0.5 m左右。

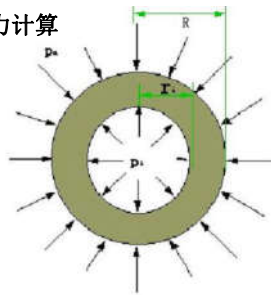
二、有内压巷道围岩与衬砌的应力计算

1、内压引起的围岩附加应力

(1) 厚壁筒应力公式

设一弹性厚壁筒，内径为 r_i ，外径为 R ，内压为 p_i ，外压为 p_a ，由弹性理论拉密解答，在距中心为 r 处的径向应力和切向应力为：

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{r_i^2(R^2 - r^2)}{r^2(R^2 - r_i^2)} p_i + \frac{R^2(r_i^2 - r^2)}{r^2(R^2 - r_i^2)} p_a \\ \sigma_\theta &= \frac{r_i^2(R^2 + r^2)}{r^2(R^2 - r_i^2)} p_i - \frac{R^2(r_i^2 + r^2)}{r^2(R^2 - r_i^2)} p_a \\ \tau_{r\theta} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6-9) \text{ 厚壁筒应力公式}$$



(6-9) 厚壁筒应力公式

在距中心为 r 处的径向应力和切向应力为：

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{a^2}{r^2} p_i \\ \sigma_\theta &= -\frac{a^2}{r^2} p_i \\ \tau_{r\theta} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6-10)$$

上式即是内压 p_i 引起的附加应力。

$$\text{在 } r=a \text{ (洞周边)} : \left\{ \begin{aligned} \sigma_r &= p_i \\ \sigma_\theta &= -p_i \\ \tau_{r\theta} &= 0 \end{aligned} \right.$$

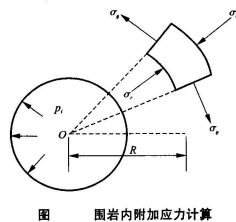


图 围岩内附加应力计算

(2) 水工隧道中内压引起的围岩附加应力

将隧道围岩看成厚壁筒，内径为 $r_i=a$ ，外径为 $R=\infty$ ，隧道充水后所产生的内压为 p_i ，外压为 $p_a=0$ ，由弹性理论拉密解答：

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{r_i^2(R^2 - r^2)}{r^2(R^2 - r_i^2)} p_i + \frac{R^2(r_i^2 - r^2)}{r^2(R^2 - r_i^2)} p_a \\ \sigma_\theta &= -\frac{r_i^2(R^2 + r^2)}{r^2(R^2 - r_i^2)} p_i + \frac{R^2(r_i^2 + r^2)}{r^2(R^2 - r_i^2)} p_a \end{aligned} \right\} \quad (6-9) \text{ 厚壁筒应力公式}$$

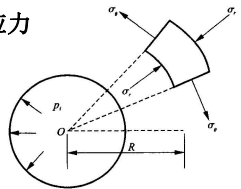


图 围岩内附加应力计算

得出在距中心为 r 处的径向应力和切向应力为：

$$\sigma_r = \frac{a^2}{r^2} p_i \quad \sigma_\theta = -\frac{a^2}{r^2} p_i \quad (6-10)$$

(3) 原岩应力为 p ($\lambda=1$)、水工隧道中内压为 p_i 时的围岩应力：

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{a^2}{r^2} p_i + p(1 - \frac{a^2}{r^2}) \\ \sigma_\theta &= -\frac{a^2}{r^2} p_i + p(1 + \frac{a^2}{r^2}) \\ \tau_{r\theta} &= 0 \end{aligned} \right.$$

2、有内压巷道围岩与衬砌的应力计算

(1) 无裂隙围岩

A、刚度系数法求衬砌的应力

a 衬砌外周边的径向位移

设混凝土衬砌巷道的内径为 r_i ，外径为 a ，围岩对衬砌的压力 p_a ，内压为 p_i ，混凝土的弹性模量和泊松比分别为 E_c 和 μ_c ，混凝土衬砌内距巷道中心为 r 处的径向位移为 u ，由弹性理论有：

$$\frac{u}{r} = \frac{1+\mu_c}{E_c} [(1-\mu_c)\sigma_\theta - \mu_c\sigma_r]$$

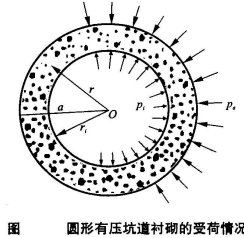


图 圆形有压坑道衬砌的受荷情况

当 $r=a$ 时，衬砌外周边的径向位移：

$$u_a = \frac{(1-\mu_c)a}{E_c} \left[\frac{2(1-\mu_c)}{t^2-1} p_i - \frac{(1-2\mu_c)t^2+1}{t^2-1} p_a \right] \quad (6-11)$$

b 巷道周边围岩的变形

设刚度系数为 k ，巷道周边围岩在压力 p_a 作用下发生的变形：

$$u_a = \frac{p_a}{k} \quad (6-12)$$

c 根据变形协调条件，巷道周边围岩变形与衬砌变形相等，即式 (6-12)=(6-11)，则有：

$$\frac{p_a}{k} = \frac{(1-\mu_c)a}{E_c} \left[\frac{2(1-\mu_c)}{t^2-1} p_i - \frac{(1-2\mu_c)t^2+1}{t^2-1} p_a \right]$$

$$\text{即：} \frac{p_a}{p_i} = \frac{2ka(1-\mu_c^2)}{E_c(t^2-1) + ka(1+\mu_c)[t^2(1-2\mu_c)+1]} \quad (6-13)$$

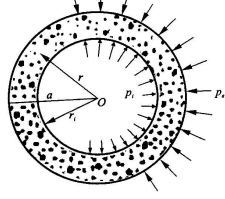


图 圆形有压坑道衬砌的受荷情况

B、内压分配法求围岩应力

设内压 p_i 通过衬砌传递到围岩上的压力为 p_a ， $p_a = \lambda p_i$ ， λ 为内压分配系数。假设衬砌与围岩紧密接触。

设围岩的弹性模量为 E ，泊松比 μ ，由弹性力学得围岩内半径为 r 处的径向应变为：

$$\varepsilon_r = \frac{1-\mu^2}{E} (\sigma_r - \frac{\mu}{1-\mu} \sigma_\theta) = \frac{du}{dr}$$

在 $r=a$ 处，即巷道壁面： $\sigma_r = p_a$ ， $\sigma_\theta = -p_a$

$$\varepsilon_r = \frac{1-\mu^2}{E} (\sigma_r - \frac{\mu}{1-\mu} \sigma_\theta) = \frac{1+\mu}{E} p_a = \frac{du}{dr}$$

对 u 积分，并令 $r=a$ 得巷道壁面围岩位移：

$$u = \frac{(1+\mu)a}{E} p_a \quad (6-17)$$

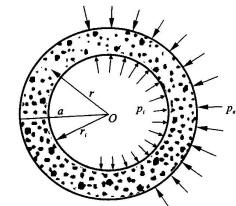


图 圆形有压坑道衬砌的受荷情况

2、有内压巷道围岩与衬砌的应力计算

$$\frac{u}{r} = \frac{1+\mu_c}{E_c} [(1-\mu_c)\sigma_\theta - \mu_c\sigma_r]$$

将拉密公式代入得：

$$u = \frac{(1+\mu_c)a}{E_c} \times \frac{p_i r_i^2 [(1-2\mu_c)a^2 + r^2]}{r^2(a^2 - r_i^2)} p_i - \frac{(1+\mu_c)a}{E_c} \times \frac{p_a a^2 [(1-2\mu_c)r^2 + a^2]}{r^2(a^2 - r_i^2)} p_a$$

当 $r=a$ 时，即得衬砌外周边的位移

$$u_a = \frac{(1-\mu_c)a}{E_c} \left[\frac{2(1-\mu_c)}{t^2-1} p_i - \frac{(1-2\mu_c)t^2+1}{t^2-1} p_a \right]$$

式中： $t=a/r_i$

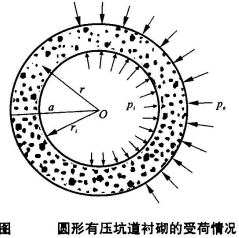


图 圆形有压坑道衬砌的受荷情况

$$\frac{p_a}{p_i} = \frac{2ka(1-\mu_c^2)}{E_c(t^2-1) + ka(1+\mu_c)[t^2(1-2\mu_c)+1]} \quad (6-13)$$

令 $p_a/p_i = k_1$ ，则 $p_a = k_1 p_i$ ，将 p_a 、 p_i 代入厚壁筒公式得到混凝土衬砌内距巷道中心为 r 处的应力为

$$\sigma_r = \left[\frac{r_i^2(a^2 - r^2)}{r^2(a^2 - r_i^2)} + \frac{a^2(r^2 - r_i^2)}{r^2(a^2 - r_i^2)} k_1 \right] p_i \quad (6-14)$$

$$\sigma_\theta = \left[-\frac{r_i^2(a^2 + r^2)}{r^2(a^2 - r_i^2)} + \frac{a^2(r_i^2 + r^2)}{r^2(a^2 - r_i^2)} k_1 \right] p_i \quad (6-15)$$

由于是平面应变问题，故轴向应力为：

$$\sigma_z = \mu_c (\sigma_\theta + \sigma_r) \quad (6-16)$$

B、内压分配法求围岩应力

巷道壁面围岩位移： $u = \frac{(1+\mu)a}{E} p_a \quad (6-17)$

由 (6-11) 衬砌外周边处径向位移：

$$u_a = \frac{(1-\mu_c)a}{E_c} \left[\frac{2(1-\mu_c)}{t^2-1} p_i - \frac{(1-2\mu_c)t^2+1}{t^2-1} p_a \right] \quad (6-11)$$

式 (6-11) = 式 (6-17)，于是：

$$\lambda = \frac{p_a}{p_i} = \frac{2r_i^2(1-\mu_c^2)E}{E_c(1+\mu)(a^2 - r_i^2) + E(1+\mu_c)(1-2\mu_c)a^2 + Er_i^2} \quad (6-18)$$

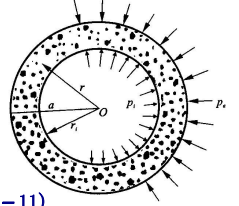


图 圆形有压坑道衬砌的受荷情况

$$\lambda = \frac{p_a}{p_i} = \frac{2r_i^2(1-\mu_c^2)E}{E_c(1+\mu)(a^2-r_i^2)+E(1+\mu_c)(1-2\mu_c)a^2+Er_i^2} \quad (6-18)$$

求出 λ 后, 即可按 (6-10) 求出围岩任一点由内压引起的附加应力, 按厚壁筒公式 (6-9) 求出衬砌内任一点的应力。

$$\sigma_{\theta} = -\frac{a^2}{r^2} p_a \quad \sigma_r = \frac{a^2}{r^2} p_a \quad (6-10)$$

例题： P187

(2) 有裂隙围岩

在围岩内任一点 ($d < r < \infty$) 的应力为:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= p_d \frac{d^2}{r^2} = \frac{r_i}{d} p_i \times \frac{d^2}{r^2} = \frac{r_i d}{r^2} p_i \\ \sigma_\theta &= -p_d \frac{d^2}{r^2} = -\frac{r_i d}{r^2} p_i \end{aligned} \right\} \quad (6-23)$$

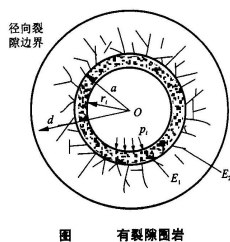


图 有裂隙围岩

剪切破坏

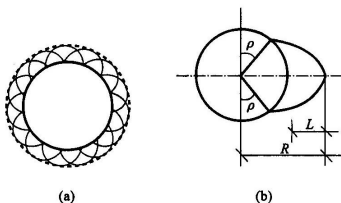


图 圆形坑道围岩剪切破坏方式

(2) 有裂隙围岩

设围岩有径向裂隙，其深度为 d ，沿岩石表面的径向压力可假定为：

$$p_a = \frac{r_i}{a} p_i \quad (6-19)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{r(r=a)} &= p_a = \frac{r_i}{a} p_i \\ \sigma_{\theta(r=a)} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6-20)$$

在裂隙岩体任一深度处 ($r < d$):

$$\sigma_\theta = 0 \quad \sigma_r = \frac{r_i}{r} p_i \quad (6-21)$$

在裂隙岩体外边界处 ($r=d$), 压力为:

$$p_d = \frac{r_i}{d} p_i \quad (6-22)$$

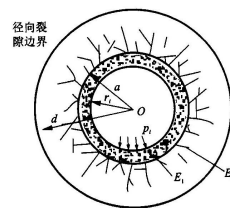


图 有裂隙围岩

§ 6-3 巷道围岩应力分布的弹塑性力学分析法

一、围岩的破坏方式

围岩的破坏方式是计算作用在支护结构上压力 and 支护设计的依据。

弹塑性	{	坚硬岩体：脆性破坏	{	剪切破坏
		软弱岩体：塑性屈服		拉伸破坏

以下主要讨论剪切破坏。

以圆形巷道为例，讨论轴对称情况下的围岩破坏方式。

根据莫尔-库伦准则, 围岩破坏条件:

$$\sigma_\theta = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \sigma_r + \frac{2c \cos \varphi}{1 - \sin \varphi}$$

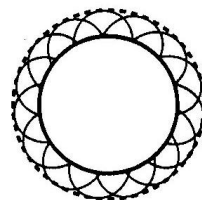
巷道周边围岩的破坏条件:

$$\sigma_{\theta} = \frac{2c \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} = \sigma_c$$

破坏面与最大主平面夹角为：

$$\alpha = 45^\circ + \frac{\varphi}{2}$$

如图所示：在 $\lambda=1$ 的原岩应力状态下，圆形巷道周边各处破坏机会均等，形成环形剪切破坏区。



如图所示：在 $\lambda > 1$ 的原岩应力状态下，剪切破坏面发展趋势，破坏起始角为 ρ 。

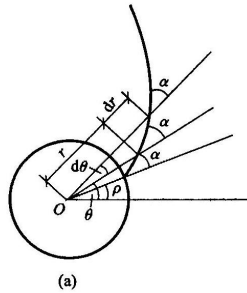
由图 (a) 可得： $dr \cdot \tan \alpha = r \cdot d\theta$

$$\text{即：} \quad \frac{dr}{r} = d\theta \cdot \tan \alpha$$

当极角由 ρ 变到 θ 时，极径由 a 变到 r ，进行积分：

$$\int_a^r \frac{dr}{r} = \int_\rho^\theta d\theta \cdot \tan \alpha$$

$$\text{得：} \quad r = a \cdot e^{(\theta-\rho) \tan \alpha} \quad (6-24)$$

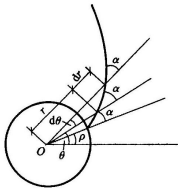


上式为剪切破坏面迹线方程。

当 $\theta = 90^\circ$ 时，剪切破坏迹线与巷道断面垂直轴相交，这时形成最大剪切体。

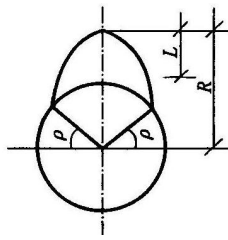
剪切体破坏迹线：

$$r = a \cdot e^{(\theta-\rho) \tan \alpha} \quad (6-24)$$



最大剪切体水平长度：

$$L = R - a = a \cdot (e^{(90^\circ-\rho) \tan \alpha} - 1) \quad (6-25)$$



根据上式计算最大剪切体长度，作为喷锚支护时确定锚杆长度的依据。

研究方法：弹塑性理论

塑性区应符合应力平衡方程和塑性条件；

弹性区应满足应力平衡方程和弹性条件；

弹塑性区交界处：既满足塑性条件又满足弹性条件。

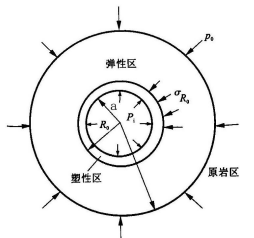


图 轴对称情况下圆形坑道的弹塑性区

当周边围岩发生剪切破坏时， $\sigma_\theta = \sigma_c$ ，则有：

$$\sigma_\theta = \sigma_c = p \left[(1 + \lambda) + 2(1 - \lambda) \cos 2\theta \right]$$

于是得到：

$$\cos 2\theta = \frac{\sigma_c - p(1 + \lambda)}{2p(1 - \lambda)}$$

破坏起始角 ρ ：

$$\rho = \theta$$

和 $\rho = \pi - \theta$

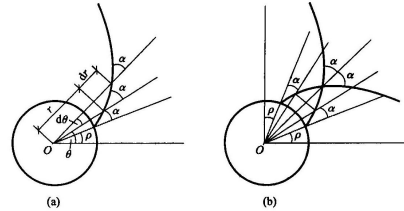


图 围岩剪切破坏面发展示意图
(a) 剪切破坏面发展路径；(b) 共轭剪切破坏

二、围岩塑性区应力分析

1、力学模型

设原岩应力为 p_0 ，支架反力为 p_i ，巷道半径 a ，塑性区半径 R_0 。

(1) 塑性区：内径 a ，外径 R_0 ，内压为 p_i ，外压为 σ_{R_0}

(2) 弹性区：内径 R_0 ，外径无穷大，内压为 σ_{R_0} ，外压为 p_0 。

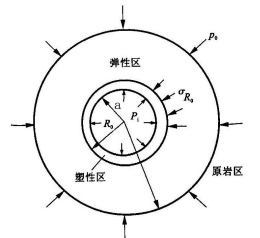


图 轴对称情况下圆形坑道的弹塑性区

2、围岩屈服条件

根据莫尔强度准则 $\tau = c + \sigma \tan \varphi$

$$\sigma_\theta = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \sigma_r + \frac{2c \cos \varphi}{1 - \sin \varphi}$$

经改写为：

$$\sigma_\theta - \sigma_r = (\sigma_r + c \cdot \tan \varphi) \frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (6-26)$$

3、塑性区围岩平衡条件

围岩中任一单元体在径向方向应满足平衡条件：

$$\sigma_r \cdot r d\theta + 2\sigma_\theta dr \sin \frac{d\theta}{2} - (\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr) d\theta = 0$$

略去高阶微量，整理得极坐标下的平衡微分方程：

$$\frac{dr}{r} = \frac{d\sigma_r}{\sigma_\theta - \sigma_r} \quad (a)$$

将 $\sigma_\theta - \sigma_r = (\sigma_r + c \cdot \text{ctg} \varphi) \frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}$

(6-26)

代入 (a) 式得：

$$\frac{dr}{r} = \frac{(1 - \sin \varphi) d\sigma_r}{2 \sin \varphi (\sigma_r + c \cdot \text{ctg} \varphi)}$$

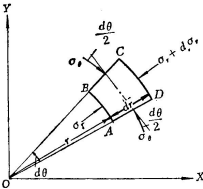


图 单元体平衡分析

$$\ln \left(\frac{\sigma_r + c \cdot \text{ctg} \varphi}{p_i + c \cdot \text{ctg} \varphi} \right) = \frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \ln \frac{r}{a}$$

$$\text{所以：} \quad \frac{\sigma_r + c \cdot \text{ctg} \varphi}{p_i + c \cdot \text{ctg} \varphi} = \left(\frac{r}{a} \right)^{\frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}}$$

$$\text{即：} \quad \sigma_r = (p_i + c \cdot \text{ctg} \varphi) \left(\frac{r}{a} \right)^{\frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}} - c \cdot \text{ctg} \varphi \quad (c)$$

将式(c)代入式 (6-26) 式：

$$\sigma_\theta - \sigma_r = (\sigma_r + c \cdot \text{ctg} \varphi) \frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (6-26)$$

$$\text{得：} \quad \sigma_\theta = (p_i + c \cdot \text{ctg} \varphi) \left(\frac{r}{a} \right)^{\frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}} \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} - c \cdot \text{ctg} \varphi \quad (d)$$

$$\frac{dr}{r} = \frac{(1 - \sin \varphi) d\sigma_r}{2 \sin \varphi (\sigma_r + c \cdot \text{ctg} \varphi)}$$

$$\text{改写为：} \quad \frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \frac{dr}{r} = \frac{d(\sigma_r + c \cdot \text{ctg} \varphi)}{(\sigma_r + c \cdot \text{ctg} \varphi)}$$

$$\text{积分得：} \quad \ln(\sigma_r + c \cdot \text{ctg} \varphi) = \frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \ln r + C_1 \quad (b)$$

在巷道周边有： $r=a$, $\sigma_r = p_i$

$$C_1 = \ln(p_i + c \cdot \text{ctg} \varphi) - \frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \ln a$$

代入 (b) 式得：

$$\ln \left(\frac{\sigma_r + c \cdot \text{ctg} \varphi}{p_i + c \cdot \text{ctg} \varphi} \right) = \frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \ln \frac{r}{a}$$

于是得塑性区应力计算公式（修正的芬涅公式）：

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= (p_i + c \cdot \text{ctg} \varphi) \left(\frac{r}{a} \right)^{\frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}} - c \cdot \text{ctg} \varphi \\ \sigma_\theta &= (p_i + c \cdot \text{ctg} \varphi) \left(\frac{r}{a} \right)^{\frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}} \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} - c \cdot \text{ctg} \varphi \\ \tau_{r\theta} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6-27)$$

可见：塑性区应力的大小只与围岩本身的力学特性 (c, φ) 及其距巷道中心的距离 r 和巷道半径 a 有关, 而与原岩应力 p_0 无关。

适用条件： $a \leq r \leq R_0$

三、弹性区的应力

根据厚壁筒公式, 在内径为 R_0 , 外径为 ∞ , 内压力为 σ_{R_0} , 外压力为 P_0 的情况下, 弹性区内半径为 r 处的应力为：

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{re} &= p_0 \left(1 - \frac{R_0^2}{r^2} \right) + \sigma_{R_0} \frac{R_0^2}{r^2} \\ \sigma_{\theta e} &= p_0 \left(1 + \frac{R_0^2}{r^2} \right) - \sigma_{R_0} \frac{R_0^2}{r^2} \\ \tau_{r\theta} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

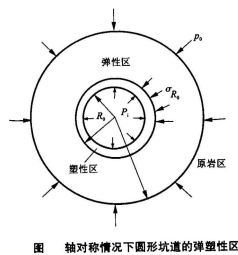


图 轴对称情况下圆形坑道的弹性区

当 $r = R_0$ 时, 即在弹塑性区交界面上, 弹性区应力：

$$\sigma_{re} = \sigma_{R_0} \quad \sigma_{\theta e} = 2P_0 - \sigma_{R_0}$$

$$\text{于是：} \quad \sigma_{\theta e} - \sigma_{re} = 2P_0 - 2\sigma_{R_0} \quad (b)$$

$$\sigma_{\theta e} + \sigma_{re} = 2P_0 \quad (c)$$

$$\sigma_{\theta e} - \sigma_{re} = 2P_0 - 2\sigma_{R_0} \quad (b)$$

当 $r = R_0$ 时, 即在弹塑性区交界面上, 塑性区应力差由式 (6-26)：

$$\sigma_\theta - \sigma_r = (\sigma_r + c \cdot \text{ctg} \varphi) \frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (6-26)$$

$$\text{即：} \quad \sigma_\theta - \sigma_r = (\sigma_{R_0} + c \cdot \text{ctg} \varphi) \frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (d)$$

根据在弹塑性区边界应力相等的条件, 则有式 (b) = (d)：

$$2P_0 - 2\sigma_{R_0} = (\sigma_{R_0} + c \cdot \text{ctg} \varphi) \frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}$$

$$\text{解得：} \quad \sigma_{R_0} = p_0 (1 - \sin \varphi) - c \cdot \cos \varphi \quad (6-28)$$

将式 (6-28) 代入式 (a) 得弹性区的应力：

弹性区的应力:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{re} &= p_0 \left(1 - \frac{R_0^2}{r^2}\right) + \frac{R_0^2}{r^2} \left[p_0 (1 - \sin \varphi) - c \cdot \cos \varphi \right] \\ \sigma_{\theta e} &= p_0 \left(1 + \frac{R_0^2}{r^2}\right) - \frac{R_0^2}{r^2} \left[p_0 (1 - \sin \varphi) - c \cdot \cos \varphi \right] \\ \tau_{r\theta} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6-29)$$

式 (6-29) 适用范围: $R_0 \leq r \leq \infty$

五、围岩应力的变化规律及其分布状态

根据围岩应力分布状态, 可将巷道周围岩体分为4个区域:

- 1、应力松弛区
- 2、塑性强化区
- 3、弹性区
- 4、原岩应力区

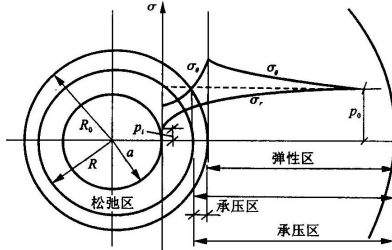


图 弹塑性区围岩应力分布特征示意图

问题: 为了维护巷道的稳定性, 将破碎带内的岩体取出便可, 这种方法可行吗? 为什么?

无塑性区存在时, 弹性区应力

$$\begin{aligned} \sigma_r &= p \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) \\ \sigma_{\theta} &= p \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) \\ \tau_{r\theta} &= 0 \end{aligned}$$

有塑性区存在时, 弹性区应力

$$\begin{aligned} \sigma_{re} &= p_0 \left(1 - \frac{R_0^2}{r^2}\right) + \sigma_{R_0} \frac{R_0^2}{r^2} \\ \sigma_{\theta e} &= p_0 \left(1 + \frac{R_0^2}{r^2}\right) - \sigma_{R_0} \frac{R_0^2}{r^2} \\ \tau_{r\theta} &= 0 \end{aligned}$$

四、塑性区半径 R_0

当 $r = R_0$ 时, 由式 (6-29): $\sigma_{\theta e} + \sigma_{re} = 2P_0$ (a)

由式 (6-27):

$$\sigma_{\theta} + \sigma_r = \frac{2(p_i + c \cdot \operatorname{ctg} \varphi)}{1 - \sin \varphi} \left(\frac{R_0}{a}\right)^{\frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}} - 2c \cdot \operatorname{ctg} \varphi \quad (b)$$

根据在弹塑性区边界应力相等, 有式 (a)=(b)

$$\text{于是: } 2P_0 = \frac{2(p_i + c \cdot \operatorname{ctg} \varphi)}{1 - \sin \varphi} \left(\frac{R_0}{a}\right)^{\frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}} - 2c \cdot \operatorname{ctg} \varphi$$

$$\text{解得: } R_0 = a \left[\frac{(p_0 + c \cdot \operatorname{ctg} \varphi)(1 - \sin \varphi)}{p_i + c \cdot \operatorname{ctg} \varphi} \right]^{\frac{1 - \sin \varphi}{2 \sin \varphi}} \quad (6-30)$$

六、松弛区半径 R

利用塑性区的切向应力小于或等于原岩应力 p_0 , 即 $\sigma_{\theta} \leq p_0$, 可得松弛区的半径, 即

$$\sigma_{\theta} = (p_i + c \cdot \operatorname{ctg} \varphi) \left(\frac{r}{a}\right)^{\frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}} \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} - c \cdot \operatorname{ctg} \varphi = p_0$$

解得:

$$R = a \left[\frac{(p_0 + c \cdot \operatorname{ctg} \varphi)(1 - \sin \varphi)}{p_i + c \cdot \operatorname{ctg} \varphi (1 + \sin \varphi)} \right]^{\frac{1 - \sin \varphi}{2 \sin \varphi}} \quad (8-31)$$

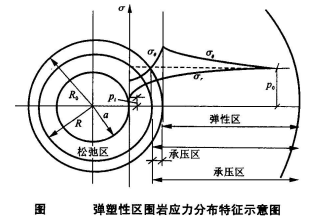


图 弹塑性区围岩应力分布特征示意图

§ 6-4 巷道围岩位移

一、弹性位移

1、 $\lambda \neq 1$ 条件下圆形巷道围岩位移

根据弹性理论, 在平面应变条件下, 且 $\lambda \neq 1$, 圆形巷道围岩内任一点的位移:

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{(1 - \mu^2) p_0 r}{2E} \left[(1 + \lambda) \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) + (\lambda - 1) \left(1 + \frac{4a^2}{r^2} - \frac{a^4}{r^4}\right) \cos 2\theta \right] \\ &\quad - \frac{\mu(1 + \mu) p_0 r}{2E} \left[(1 + \lambda) \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) - (\lambda - 1) \left(1 - \frac{a^4}{r^4}\right) \cos 2\theta \right] \\ v &= \frac{(1 - \mu^2) p_0 r}{2E} \left[(1 - \lambda) \left(1 + \frac{2a^2}{r^2} + \frac{a^4}{r^4}\right) \sin 2\theta \right] \\ &\quad + \frac{\mu(1 + \mu) p_0 r}{2E} \left[(1 - \lambda) \left(1 - \frac{2a^2}{r^2} + \frac{a^4}{r^4}\right) \sin 2\theta \right] \end{aligned} \right\} \quad (6-32)$$

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{(1-\mu^2)p_0r}{2E} \left[(1+\lambda)(1+\frac{a^2}{r^2}) + (\lambda-1)(1+\frac{4a^2}{r^2}-\frac{a^4}{r^4})\cos 2\theta \right] \\ &\quad - \frac{\mu(1+\mu)p_0r}{2E} \left[(1+\lambda)(1-\frac{a^2}{r^2}) - (\lambda-1)(1-\frac{a^4}{r^4})\cos 2\theta \right] \\ v &= \frac{(1-\mu^2)p_0r}{2E} \left[(1-\lambda)(1+\frac{2a^2}{r^2}+\frac{a^4}{r^4})\sin 2\theta \right] \\ &\quad + \frac{\mu(1+\mu)p_0r}{2E} \left[(1-\lambda)(1-\frac{2a^2}{r^2}+\frac{a^4}{r^4})\sin 2\theta \right] \end{aligned} \right\} \quad (6-32)$$

若 $a=0$, 上式则表示在 $M(r, \theta)$ 处岩体在原岩应力作用下的径向位移 u_0 和切向位移 v_0 。

$$\left. \begin{aligned} u_0 &= \frac{(1-\mu^2)p_0r}{2E} \left[(1+\lambda) + (\lambda-1)\cos 2\theta \right] - \frac{\mu(1+\mu)p_0r}{2E} \left[(1+\lambda) - (\lambda-1)\cos 2\theta \right] \\ v_0 &= \frac{(1-\mu^2)p_0r}{2E} \left[(1-\lambda)\sin 2\theta \right] + \frac{\mu(1+\mu)p_0r}{2E} \left[(1-\lambda)\sin 2\theta \right] \end{aligned} \right\} \quad (6-32')$$

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{(1-\mu^2)p_0a}{E} \left[(1+\lambda) - 2(1-\lambda)\cos 2\theta \right] \\ v &= \frac{2(1-\mu^2)(1-\lambda)p_0a}{E} \sin 2\theta \end{aligned} \right\} \quad (6-33)$$

式中: λ 为侧压力系数; p 为原岩应力垂直分量; u, v 分别为圆形巷道壁上计算点的径向位移和切向位移。

设开挖前原岩在原岩应力作用下产生的压缩位移为 u_0 和 v_0 , 开挖后围岩在原岩应力作用下产生的位移为 u_a 和 v_a (这部分位移对支架有影响), 则有:

$$\left. \begin{aligned} u &= u_0 + u_a \\ v &= v_0 + v_a \end{aligned} \right\} \quad (6-34)$$

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{(1-\mu^2)p_0r}{2E} \left[(1+\lambda)(1+\frac{a^2}{r^2}) + (\lambda-1)(1+\frac{4a^2}{r^2}-\frac{a^4}{r^4})\cos 2\theta \right] \\ &\quad - \frac{\mu(1+\mu)p_0r}{2E} \left[(1+\lambda)(1-\frac{a^2}{r^2}) - (\lambda-1)(1-\frac{a^4}{r^4})\cos 2\theta \right] \\ v &= \frac{(1-\mu^2)p_0r}{2E} \left[(1-\lambda)(1+\frac{2a^2}{r^2}+\frac{a^4}{r^4})\sin 2\theta \right] \\ &\quad + \frac{\mu(1+\mu)p_0r}{2E} \left[(1-\lambda)(1-\frac{2a^2}{r^2}+\frac{a^4}{r^4})\sin 2\theta \right] \end{aligned} \right\} \quad (6-32)$$

当 $r=a$ 即可求得巷道周边围岩位移:

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{(1-\mu^2)p_0a}{E} \left[(1+\lambda) - 2(1-\lambda)\cos 2\theta \right] \\ v &= \frac{2(1-\mu^2)(1-\lambda)p_0a}{E} \sin 2\theta \end{aligned} \right\} \quad (6-33)$$

$$\text{而: } \left. \begin{aligned} u_0 &= \frac{(1+\mu)p_0a}{2E} \left[(1-2\mu)(1+\lambda) + (1-\lambda)\cos 2\theta \right] \\ v_0 &= -\frac{(1+\mu)p_0a}{2E} (1-\lambda)\sin 2\theta \end{aligned} \right\} \quad (6-35)$$

将式(6-35)和(6-33)代入式(6-34)得:

$$\left. \begin{aligned} u_a &= \frac{p_0a}{4G} \left[(1+\lambda) + (1-\lambda)(3-4\mu)\cos 2\theta \right] \\ v_a &= \frac{p_0a}{4G} (1-\lambda)(3-4\mu)\sin 2\theta \end{aligned} \right\} \quad (6-36)$$

$$\text{其中: } G = \frac{E}{2(1+\mu)}$$

2、 $\lambda=1$ 条件下圆形巷道围岩位移(轴对称条件)

$$u_a = \frac{p_0a}{2G} \quad v_a = 0 \quad (6-37)$$

二、有支架反力 p_i 作用下圆形巷道周边弹性位移 ($\lambda=1$)

根据弹性理论物理方程和几何方程求得任一点的径向位移 u :

$$u = \frac{(1+\mu)r}{E} \left[p_0(1+\frac{a^2}{r^2}) - 2\mu p_0 - p_i \frac{a^2}{r^2} \right]$$

令 $r=a$, 得有支架反力 p_i 作用下圆形巷道周边位移:

$$u = \frac{(1+\mu)a}{E} \left[2(1-\mu)p_0 - p_i \right] \quad (6-38)$$

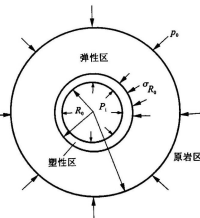


图 轴对称情况下圆形坑道的弹塑性区

$$u = \frac{(1+\mu)a}{E} \left[2(1-\mu)p_0 - p_i \right] \quad (6-38)$$

$$\text{同理有: } u = u_0 + u_a \quad (6-39)$$

未开挖时, $p_i=p_0$, 由式(6-38)得:

$$u_0 = \frac{(1+\mu)a}{E} (1-2\mu)p_0$$

由式(6-39)可得在 p_i 作用下巷道周边因开挖产生的弹性位移 u_a :

$$\left. \begin{aligned} u_a &= u - u_0 = \frac{(1+\mu)a}{E} (p_0 - p_i) = \frac{(p_0 - p_i)a}{2G} \\ v_a &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6-40)$$

三、塑性区位移（轴对称条件下）

1、弹塑性区交界处的位移 u_R

开挖后若有塑性区存在，塑性区半径 R_0 即为弹性区的内半径 a 。由弹性区边界弹性位移公式：

$$u_a = \frac{(p_0 - p_i)a}{2G} \quad (6-40)$$

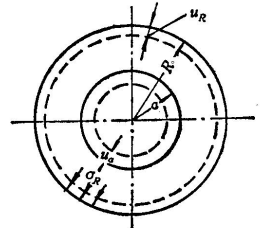
将 p_i 用 σ_{R0} 代替，用 R_0 代替 a ，由上式可得 u_R ：

$$u_R = \frac{(p_0 - \sigma_{R0})R_0}{2G} = \frac{1}{2G} [p_0 - p_0(1 - \sin\varphi) + c \cdot \cos\varphi] R_0$$

$$= \frac{R_0}{2G} (p_0 \sin\varphi + c \cdot \cos\varphi) \quad (6-41)$$

2、巷道周边塑性区位移（轴对称条件下）

假设塑性区位移前和位移后的体积保持不变。如图，实线表示位移前的体积，虚线表示位移后的体积。 u_R 为弹性界面的位移， u_a 为巷道周边的位移。



$$\pi(R_0^2 - a^2) = \pi[(R_0 - u_R)^2 - (a - u_a)^2]$$

展开并略去高阶微量得：

$$u_a = \frac{R_0}{a} u_R \quad (6-42)$$

图 确定巷道周边位移的分析图

代入 $u_R = \frac{R_0}{2G} (p_0 \sin\varphi + c \cdot \cos\varphi)$ 入上式得：

$$u_a = \frac{R_0^2 (p_0 \sin\varphi + c \cdot \cos\varphi)}{2Ga} \quad (6-43)$$

§ 6-5 围岩压力计算

基本概念

- 地下洞室围岩在二次应力作用下产生过量的塑性变形或松动破坏，进而引起施加于支护衬砌上的压力，称为围岩压力。
- 围岩压力是围岩与支护间的相互作用力，它与围岩应力不是同一个概念。围岩应力是岩体中的内力，而围岩压力则是针对支护结构来说的，是作用于支护衬砌上的外力。
- 按围岩压力的形成机理，可将其划分为**变形围岩压力**、**松动围岩压力**和**冲击围岩压力**。

一、支架与围岩共同作用原理

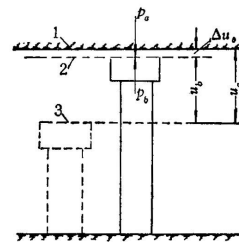


图 围岩与支架共同作用
1—掘进时的围岩位置；2—支架时的围岩位置；
3—架设支架一定时间后围岩的新位置

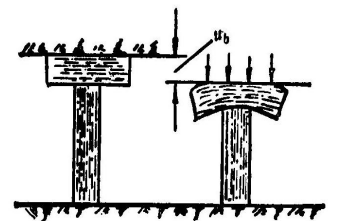


图 带短梁立柱的变形

支架与围岩共同作用

一、支架与围岩共同作用原理

围岩压力——围岩对支护结构的作用力。围岩压力与支护抗力相等。

位移变形：{ 弹性变形 不需支护能保持稳定。
围岩具有自支承能力。
塑性变形 需支护才能保持稳定。
支护与围岩共同承担围岩压力。

可见：岩体作为支护结构的组成部分，与支架构成共同存载体，它们之间互相依存，互相制约，协调变形，共同承担全部围岩压力。

- 1、围岩对支架的作用力 p_a 与支架抗力 p_i 大小相等，方向相反，即 $p_i = p_a$ ；
- 2、围岩与支架协调变形。即支架的位移量 u_a^c 等于开挖后巷道周边的位移量 u_a 减去支护前巷道已产生的位移量 Δu_a ，即 $u_a^c = u_a - \Delta u_a$ ；
- 3、围岩对支架的压力与支架的刚度有关。支架刚度越大，阻止围岩变形的能力越大，巷道变形越小。刚性支架，变形小，承力大；柔性支架，变形大，承力小；
- 4、在围岩稳定条件下，其自承能力为 $p_0 - p_i$ ， p_0 为原岩应力， p_i 为支护抗力。

围岩压力—位移曲线

围岩位移量 u_a 与支护抗力 p_i 成反变关系，即 p_i 越大， u_a 越小，反之， p_i 越小， u_a 越大。

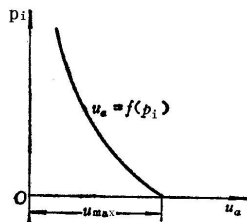


图 围岩位移曲线

支架特性曲线

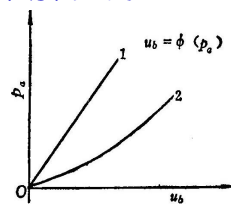


图 支架特性曲线

I—刚性支架；II—可缩性支架

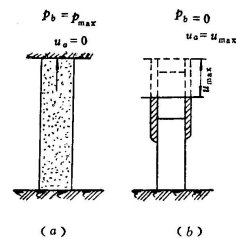


图 支架特性对压力与位移的影响
(a) 理想绝对刚性支架；
(b) 理想可缩性支架

A、在支架变形一定的情况下，刚度大的支架比刚度小的支架所承受的压力大；

B、在压力一定的情况下，刚度大的支架比刚度小的支架所产生的变形小。

支架与围岩共同作用

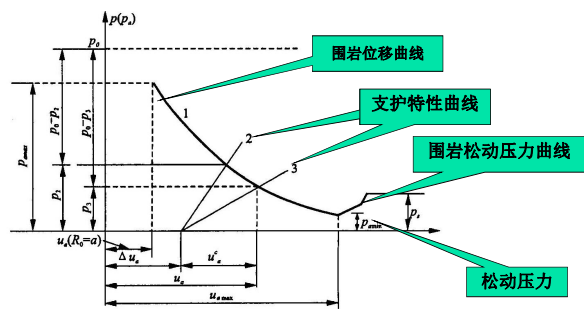


图 围岩与支护相互作用原理示意图

为了充分发挥围岩的自支承能力，在不使围岩松脱的前提下，尽量采用柔性支架，并及早进行支护。

二、弹塑性理论计算围岩压力（变形围岩压力计算）

由塑性区半径 R_0 计算公式（6-30）：

$$R_0 = a \left[\frac{(p_0 + c \cdot \text{ctg} \varphi)(1 - \sin \varphi)}{p_i + c \cdot \text{ctg} \varphi} \right]^{\frac{1 - \sin \varphi}{2 \sin \varphi}} \quad (6-30)$$

改写为：

$$p_i = (p_0 + c \cdot \text{ctg} \varphi)(1 - \sin \varphi) \left(\frac{a}{R_0} \right)^{\frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}} - c \cdot \text{ctg} \varphi \quad (6-44)$$

可见，如果允许围岩产生较大的塑性区，支护上所承受的压力就会减小；反之支护则承受较大的围岩压力。

$$\text{由塑性区位移：} \quad u_a = \frac{R_0^2 (p_0 \sin \varphi + c \cdot \cos \varphi)}{2Ga} \quad (6-43)$$

将（6-43）的 R_0 代入（6-44）得：

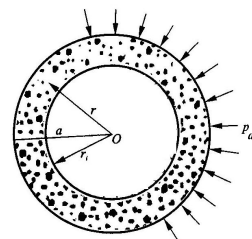
1、整体式混凝土衬砌支护上压力计算

如果采用封闭式支护，则可把支护结构看成受轴对称变形压力的厚壁筒。

设支架受围岩压力为 p_a ，支架内半径为 r_i ，弹性模量为 E_c ，泊松比为 μ_c ，支护外表面径向位移为 u_a^c ，则围岩压力与支护位移的关系为：

$$u_a^c = \frac{(1 + \mu_c)a}{E_c} \left[\frac{t^2(1 - 2\mu_c) + 1}{t^2 - 1} \right] p_a \quad (6-46)$$

$$\text{式中：} \quad t = \frac{a}{r_i}$$



$$u_a^c = \frac{(1+\mu_c)a}{E_c} \left[\frac{t^2(1-2\mu_c)+1}{t^2-1} \right] p_a \quad (6-46)$$

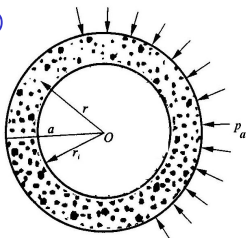
将上式改写为:

$$p_a = k_c u_a^c \quad (6-47)$$

式中:

$$k_c = \frac{E_c(t^2-1)}{a(1+\mu_c)[(1-2\mu_c)t^2+1]} \quad \text{为支架刚度系数。}$$

式(6-47)为支架特性曲线方程。



$$p_i = (p_0 + c \cdot \text{ctg} \varphi)(1 - \sin \varphi) \left(\frac{x \cdot a}{u_a^c} \right)^{\frac{1-\sin \varphi}{2 \sin \varphi}} - c \cdot \text{ctg} \varphi \quad (6-45)$$

将: $u_a = \Delta u_a + u_a^c$ 代入上式得:

$$p_i = (p_0 + c \cdot \text{ctg} \varphi)(1 - \sin \varphi) \left(\frac{x \cdot a}{u_a^c + \Delta u_a} \right)^{\frac{\sin \varphi}{1-\sin \varphi}} - c \cdot \text{ctg} \varphi \quad (6-48)$$

式中: u_a^c 为支架变形;

u_a 为巷道周边的总变形;

Δu_a 为架设支架时, 巷道周边围岩已产生的变形。

例题2 p194

求围岩压力

$$p_a = k_c u_a^c = 0.892 u_a^c$$

$$k_c = \frac{E_c(t^2-1)}{a(1+\mu_c)[(1-2\mu_c)t^2+1]} = 0.892 \quad t = \frac{a}{r_i}$$

求支护抗力

$$p_i = (p_0 + c \cdot \text{ctg} \varphi)(1 - \sin \varphi) \left(\frac{x \cdot a}{u_a^c + \Delta u_a} \right)^{\frac{\sin \varphi}{1-\sin \varphi}} - c \cdot \text{ctg} \varphi = \frac{9.2}{u_a^c + 1} - 5$$

$$x = \frac{3}{2E} (p_0 \sin \varphi + c \cdot \cos \varphi)$$

利用

$p_a = p_i$ 求出 u_a^c , 再求出 p_i

ϕ_1 、 C_1 可由现场实验确定。如果未做现场实验, ϕ_1 仍可取为 ϕ , C_1 按下式计算:

$$c_1 = \frac{\tau_t \cdot f}{e \cdot i} + c \quad (6-50)$$

式中: τ_t ——锚杆钢材抗剪强度, 一般可取 $\tau_t = 0.6 \sigma_t$;
 σ_t ——锚杆钢材抗拉强度; f ——锚杆横截面积; e, i ——锚杆纵横间距。

由塑性区的平衡条件和变形协调条件可得巷道周边位移:

$$u_{at} = \frac{x(R_{0t})^2}{a} \quad (6-51)$$

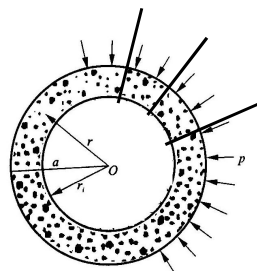
式中:

$$x = \frac{3}{2E} (p_0 \sin \varphi_1 + c_1 \cdot \cos \varphi_1)$$

2、喷锚联合支护压力计算

如果采用喷锚支护, 锚杆加固围岩, 使围岩的 c 、 ϕ 提高, 塑性区半径 R_0 和巷道周边位移 u_a 均减小。预应力锚杆还对围岩提供了抗力 p_t 。

设喷锚支护后围岩的粘结力为 c_1 , 内摩擦角为 ϕ_1 , 塑性区半径为 R_{0t} , 巷道周边位移为 u_{at} , 则



$$R_{0t} = a \left[\frac{(p_0 + c_1 \cdot \text{ctg} \varphi_1)(1 - \sin \varphi_1)}{p_t + p_i + c_1 \cdot \text{ctg} \varphi_1} \right]^{\frac{1-\sin \varphi_1}{2 \sin \varphi_1}} \quad (6-49)$$

$$R_{0t} = a \left[\frac{(p_0 + c_1 \cdot \text{ctg} \varphi_1)(1 - \sin \varphi_1)}{p_t + p_i + c_1 \cdot \text{ctg} \varphi_1} \right]^{\frac{1-\sin \varphi_1}{2 \sin \varphi_1}} \quad (6-49)$$

$$u_{at} = \frac{x(R_{0t})^2}{a} \quad (6-51)$$

采用试算法计算喷层抗力 p_i

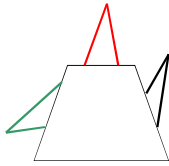
假定 $p_t + p_i$ 为已知, 按(6-49)求出 R_{0t} , 由(6-51)求出 u_{at} , 由锚杆变形求出 p_t , 然后求出 p_i 。

校核: 由喷层变形算出的巷道周边位移 u_{at} 与由锚杆变形求出的巷道周边位移 u_{at} 应相等, 否则, 应改变 $p_t + p_i$ 值重新计算。

三、块体极限平衡理论计算围岩压力

步骤：

- (1) 运用地质勘探手段查明结构面产状和组合关系，并求出结构面的C、Φ值；
- (2) 对临空的块体进行稳定性分析，找出可能滑移的结构体（危岩）；
- (3) 采用块体极限平衡理论进行支护压力计算



1、受力分析：

- (1) 结构面AC和BC上由粘结力产生的抗剪力为

$$T_1 = c_{01} \cdot L_1 \quad T_3 = c_{02} \cdot L_2$$

- (2) 围岩切向应力 σ_θ （设顶板围岩水平应力平均值为 σ_θ ）在结构面上产生的摩擦力为：

$$T_2 = \sigma_\theta \sin \alpha \cdot L_1 \cdot \tan \varphi_{01}$$

$$T_4 = \sigma_\theta \sin \beta \cdot L_2 \cdot \tan \varphi_{02}$$

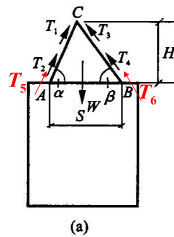


图 危险结构体的力学分析

- (3) 切向应力 σ_θ 对结构体产生的上推力：

$$T_5 = \sigma_\theta \cos \alpha \cdot L_1 \quad T_6 = \sigma_\theta \cos \beta \cdot L_2$$

2、稳定性判断

结构面上总抗剪力沿垂直方向的合力 F_V 为：

$$F_V = (T_1 + T_2 + T_3) \sin \alpha + (T_3 + T_4 + T_6) \sin \beta$$

$$= \frac{S}{\tan \alpha + \tan \beta} [(c_{01} + c_{02} + \sigma_\theta (\sin \alpha \cdot \tan \varphi_{01} + \sin \beta \cdot \tan \varphi_{02} + \cos \alpha + \cos \beta))]$$

显然，结构体的稳定条件为：

$$F_V \geq W$$

上式若不满足，则要考虑支护。作用于支护上的压力 = 结构体的重力 W 。

图 危险结构体的力学分析

(一) 顶板危岩稳定性分析

如图，设结构面AC和BC的粘结力分别为 C_{01} 、 C_{02} ，内摩擦角为 φ_{01} 、 φ_{02} ， $AC=L_1$ ， $BC=L_2$ ，结构体高度为 H 。

由几何关系可得：

$$S = H \tan \alpha + H \tan \beta$$

$$H = \frac{S}{\tan \alpha + \tan \beta}$$

$$\text{并且有：} L_1 = \frac{H}{\sin \alpha} = \frac{S}{\sin \alpha (\tan \alpha + \tan \beta)}$$

$$L_2 = \frac{H}{\sin \beta} = \frac{S}{\sin \beta (\tan \alpha + \tan \beta)}$$

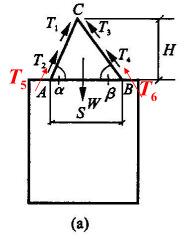


图 危险结构体的力学分析

- (4) 单位长度结构体自重为：

$$W = \frac{1}{2} S \cdot H \cdot \gamma = \frac{S^2 \gamma}{2(\tan \alpha + \tan \beta)}$$

式中 γ 为围岩重度。

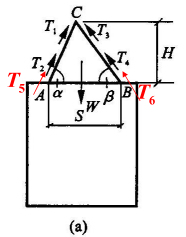


图 危险结构体的力学分析

(二) 两帮危岩稳定性分析

如图，设结构面BC的粘结力为 C_0 ，内摩擦角为 φ_0 ，结构体高度为 h 。若忽略两帮切向应力作用，则只需考虑BC面上的滑动力与抗滑力的平衡。

由几何关系可得：

$$AC \cdot \cos \theta_2 = BC \cdot \cos \theta_1$$

$$S = AB = AC \cdot \sin \theta_2 + BC \cdot \sin \theta_1$$

$$\text{由上两式可解得：} BC = \frac{AB \cdot \cos \theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2)}$$

$$\text{从而得：} h = BC \cdot \cos \theta_1 = \frac{AB \cdot \cos \theta_1 \cos \theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2)}$$

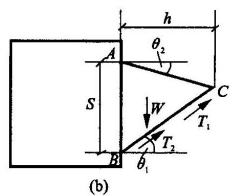


图 危险结构体的力学分析

单位巷道长度上结构体自重为：

$$W = \frac{1}{2} AB \cdot h \cdot \gamma = \frac{AB^2 \cdot \cos \theta_1 \cos \theta_2}{2 \sin(\theta_1 + \theta_2)} \cdot \gamma$$

式中 γ 为两帮围岩重度。

结构面BC上由粘结力产生的抗剪力为：

$$T_1 = c_0 \cdot BC = \frac{c_0 \cdot AB \cdot \cos \theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2)}$$

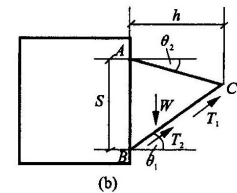


图 危险结构的力学分析

结构体自重BC面上的法向分力产生的抗剪力为：

$$T_2 = W \cos \theta_1 \cdot \tan \varphi_0 = \frac{\gamma \cdot AB^2 \cdot \cos^2 \theta_1 \cos \theta_2 \tan \varphi_0}{2 \sin(\theta_1 + \theta_2)}$$

$$\text{若： } c_0 \cdot BC + W \cos \theta_1 \cdot \tan \varphi_0 - W \sin \theta_1 \leq 0$$

则结构体ABC不稳定，在下滑时对支架产生水平推力，即对支架施加的侧压力为：

$$P_h = [T - (T_1 + T_2)] \cos \theta_1$$

即：

$$P_h = [W \sin \theta_1 - (c_0 \cdot BC + W \cos \theta_1 \cdot \tan \varphi_0)] \cos \theta_1$$

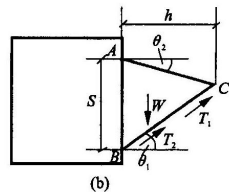


图 危险结构的力学分析

在BC面上的总的抗滑力为：

$$T_{\text{抗滑力}} = T_1 + T_2$$

由结构体自重BC面上的切向分力（下滑力）为：

$$T = W \sin \theta_1 = \frac{\gamma \cdot AB^2 \cdot \cos^2 \theta_1 \cos \theta_2 \sin \theta_1}{2 \sin(\theta_1 + \theta_2)}$$

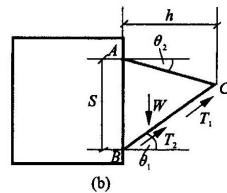


图 危险结构的力学分析

结构体ABC的稳定条件为：

$$T_{\text{抗滑力}} = T_1 + T_2 > T$$

$$\text{即： } c_0 \cdot BC + W \cos \theta_1 \cdot \tan \varphi_0 - W \sin \theta_1 > 0$$

四、 压力拱理论计算围岩压力

(一) 普氏平衡拱理论

- 1、自然平衡拱（压力拱）的概念
- 2、在松散体中形成压力拱的条件

巷道埋深 $Z \geq (2 \sim 2.5)b$, b 为压力拱高度。

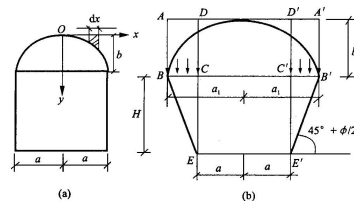


图 自然平衡拱力学模型

3、普氏理论假设条件

(1) 将岩体视为具有一定粘结力的松散体。

$$f = \frac{\tau}{\sigma} = \frac{c + \sigma \tan \varphi}{\sigma} = \frac{c}{\sigma} + \tan \varphi = \tan \varphi_k$$

式中： φ_k 为岩体似内摩擦角。

(2) 洞顶岩体能够形成压力拱。

(3) 沿拱切线方向只作用有压应力，而不能承受拉应力。自然平衡拱以上的岩体重量通过拱传递到两帮，对拱内岩体不产生任何影响。即作用在支架上的顶压仅为拱内岩体重量，与拱外岩体和巷道埋深无关。

(4) 采用坚固性系数 f （普氏系数）来表征岩体的强度

$$f = \frac{\sigma_c}{10}$$

式中 σ_c 为岩石单轴抗压强度，Mpa。

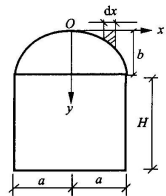
也可按上式计算岩体似内摩擦角 φ_k ：

$$f = \frac{\tau}{\sigma} = \frac{c + \sigma \tan \varphi}{\sigma} = \frac{c}{\sigma} + \tan \varphi = \tan \varphi_k$$

5、自然平衡拱的力学模型及相应的计算方法

模型1：假定巷道两帮岩体稳定 ($f > 2$)，而巷道顶部岩体不稳定，会发生冒落而形成自然平衡拱。

模型2：假定巷道两帮岩体也不稳定 ($f < 2$)，发生剪切破坏，导致平衡拱的跨度扩大。



自然平衡拱力学模型1

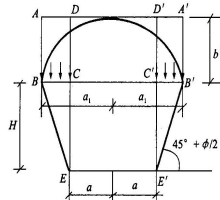


图 自然平衡拱力学模型2

D、平衡拱面积：

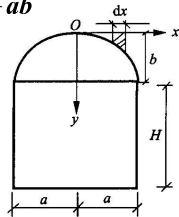
$$A = 2ab - 2 \int_0^a y dx = 2ab - 2 \int_0^a \frac{b}{a^2} x^2 dx = \frac{4}{3} ab$$

E、单位长度平衡拱内岩体重量W：

$$W = A \cdot \gamma = \frac{4}{3} ab \gamma = \frac{4}{3} \cdot \frac{a^2}{f} \cdot \gamma$$

F、单位长度巷道上作用在巷道支架上的顶压 p_v ：

$$p_v = W = \frac{4}{3} ab \gamma = \frac{4}{3} \cdot \frac{a^2}{f} \cdot \gamma$$



自然平衡拱力学模型1

B、平衡拱跨度

两帮岩体发生剪切破坏，其破裂面与水平面的夹角为 $45^\circ + \phi/2$ ，此时平衡拱跨度将增大至 $2a_1$ 。

$$2a_1 = 2a + 2BC$$

$$= 2 \left[a + H \operatorname{ctg} (45^\circ + \frac{\phi_k}{2}) \right]$$

C、平衡拱高度 b' ：

$$b' = \frac{a_1}{f} = \frac{1}{f} \left[a + H \operatorname{ctg} (45^\circ + \frac{\phi_k}{2}) \right]$$

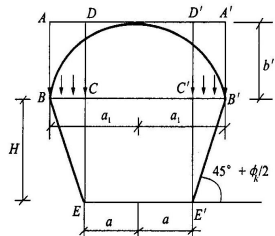


图 自然平衡拱力学模型2

(1) 模型1 及相应的计算方法

A、平衡拱形状

平衡拱形状如图所示，为一条抛物线，其方程为：

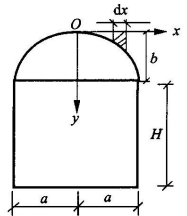
$$y = \frac{b}{a^2} x^2$$

B、平衡拱跨度

平衡拱跨度等于巷道跨度，即 $2a$ 。

C、平衡拱高度 b ：

$$b = \frac{a}{f}$$



自然平衡拱力学模型1

(2) 模型2 及相应的计算方法

当 $f < 2$ 时，巷道两帮岩体会发生剪切破坏，导致平衡拱的跨度扩大。

A、平衡拱形状

平衡拱形状如图所示，为一条抛物线，其方程为：

$$y = \frac{b'}{a_1^2} x^2$$

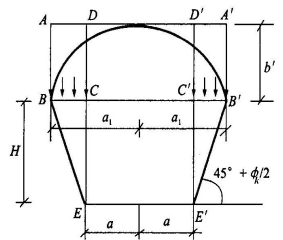


图 自然平衡拱力学模型2

D、单位长度巷道上作用在巷道支架上的顶压 p_v ：

支架受到的顶压近似等于DCC' D' 部分岩体的重量，即

$$p_v = 2ab' \gamma = 2aq$$

$$q = b' \gamma$$

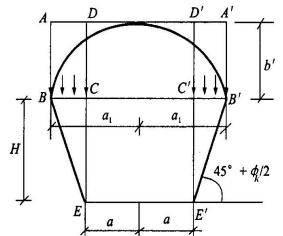


图 自然平衡拱力学模型2

E、支架受到的总的侧压力 Q_h :

可按滑动土体上有均布荷载
 $q = \gamma b'$ 作用的挡土墙上主动土压力公式计算, 即

$$p_1 = qK_a = q \operatorname{tg}^2(45^\circ - \frac{\varphi_k}{2})$$

$$p_2 = (q + \gamma H)K_a$$

$$Q_h = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)H$$

$$= (\frac{1}{2}\gamma H^2 + qH) \operatorname{tg}^2(45^\circ - \frac{\varphi_k}{2})$$

式中 ϕ_k 为岩体换算内摩擦角, $\phi_k = \arctg f$ 。

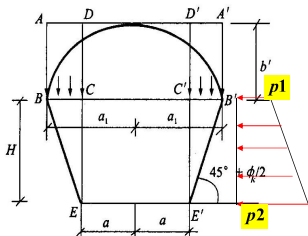


图 自然平衡拱力学模型2

实际上, 自然平衡拱有各种形状, 在岩层倾斜的情况下, 还会产生歪斜的平衡拱, 如图所示。

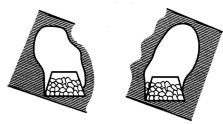


图 歪斜的自然平衡拱

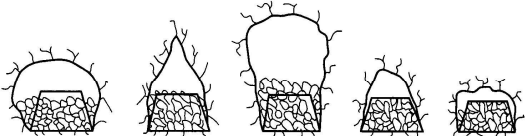


图 各种形状的自然平衡拱

五、太沙基理论计算围岩压力

对于软弱破碎岩体或土体, 在巷道浅埋的情况下, 可以采用太沙基理论计算围岩压力。

1、太沙基理论的基本假设

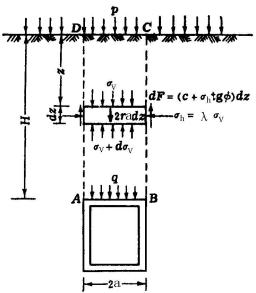
(1) 仍视岩体为具有一定粘结力的松散体, 其强度服从莫尔-库伦强度理论, 即

$$\tau = c + \sigma \operatorname{tg} \varphi$$

(2) 假设巷道开挖后, 顶板岩体逐渐下沉, 引起应力传递而作用在支架上, 形成巷道压力。

2、太沙基围岩压力公式

一般分巷道两帮岩体稳定或不稳定两种情况考虑。



用太沙基理论计算围岩压力

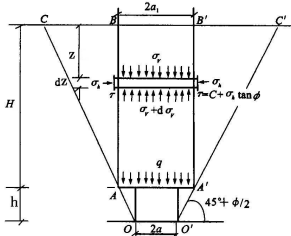


图 太沙基理论计算简图

1、巷道两帮岩体稳定

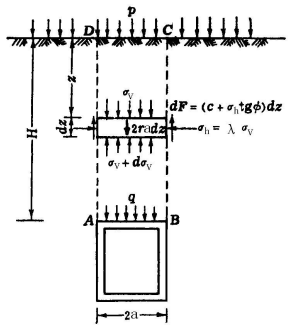
巷道两帮岩体稳定, 下沉仅限于顶板上部岩体, 如图, AD和BC为滑动面, 并延伸至地表。

两侧岩体的剪力dF:

$$dF = \tau \cdot dz = (c + \sigma_h \operatorname{tg} \varphi) dz$$

$$= (c + \lambda \sigma_v \operatorname{tg} \varphi) dz$$

式中: σ_h , σ_v 为在深度Z处的水平应力和垂直应力, λ 为侧压力系数, $\lambda = \sigma_h / \sigma_v$



用太沙基理论计算围岩压力

若地表作用有均布荷载 p ,
则薄层 dz 在垂直方向的平衡
方程为:

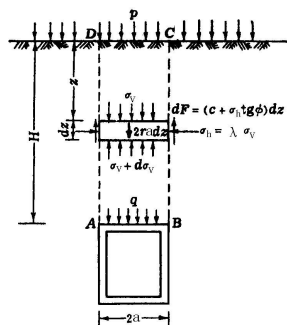
$$2a\gamma dz + \sigma_v \cdot 2a = 2a(\sigma_v + d\sigma_v) + 2(c + \lambda\sigma_v \tan\phi)dz$$

整理得:

$$\left(\gamma - \frac{\lambda \tan\phi}{a} \sigma_v - \frac{c}{a}\right) dz = d\sigma_v$$

于是得:

$$\frac{d\sigma_v}{dz} + \frac{\lambda \tan\phi}{a} \sigma_v = \gamma - \frac{c}{a}$$



用太沙基理论计算围岩压力

解微分方程得:

$$\sigma_v = \frac{a\gamma - c}{\lambda \tan\phi} \left[1 + Ae^{-\frac{\lambda \tan\phi}{a} z} \right]$$

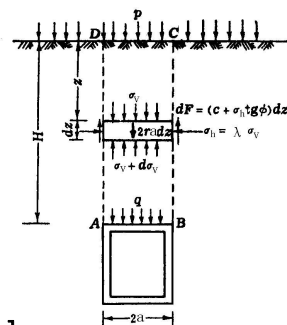
根据地表边界条件求A:

当 $z=0$ 时, $\sigma_v = p$, 代入上式得:

$$A = \frac{\lambda p \tan\phi}{a\gamma - c} - 1$$

则垂直应力的计算公式为:

$$\begin{aligned} \sigma_v &= \frac{a\gamma - c}{\lambda \tan\phi} \left[1 + \left(\frac{\lambda p \tan\phi}{a\gamma - c} - 1 \right) e^{-\frac{\lambda \tan\phi}{a} z} \right] \\ &= \frac{a\gamma - c}{\lambda \tan\phi} \left(1 - e^{-\frac{\lambda \tan\phi}{a} z} \right) + pe^{-\frac{\lambda \tan\phi}{a} z} \end{aligned}$$

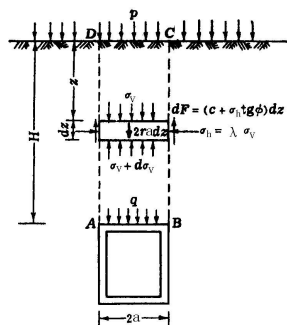


用太沙基理论计算围岩压力

则垂直应力的计算公式:

$$\begin{aligned} \sigma_v &= \frac{a\gamma - c}{\lambda \tan\phi} \left[1 + \left(\frac{\lambda p \tan\phi}{a\gamma - c} - 1 \right) e^{-\frac{\lambda \tan\phi}{a} z} \right] \\ &= \frac{a\gamma - c}{\lambda \tan\phi} \left(1 - e^{-\frac{\lambda \tan\phi}{a} z} \right) + pe^{-\frac{\lambda \tan\phi}{a} z} \end{aligned}$$

当 $z=H$ 时, σ_v 就是作用在巷道顶压 q_v 。



用太沙基理论计算围岩压力

$$q_v = \sigma_{v(z=H)} = \frac{a\gamma - c}{\lambda \tan\phi} \left(1 - e^{-\frac{\lambda \tan\phi}{a} H} \right) + pe^{-\frac{\lambda \tan\phi}{a} H}$$

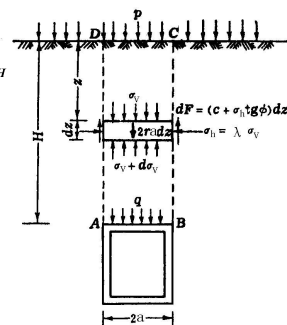
$$q_v = \sigma_{v(z=H)} = \frac{a\gamma - c}{\lambda \tan\phi} \left(1 - e^{-\frac{\lambda \tan\phi}{a} H} \right) + pe^{-\frac{\lambda \tan\phi}{a} H}$$

若 $H \rightarrow \infty$, $c=0$, $p=0$ 时,
巷道顶压:

$$q_v = \sigma_v = \frac{a\gamma}{\lambda \tan\phi}$$

单位长度巷道上的顶压为:

$$p_v = 2aq_v$$



用太沙基理论计算围岩压力

2、巷道两帮岩体不稳定

巷道两帮岩体发生剪切破坏, 形成直达地表的破裂面 OC 和 $O'C'$ 并引起岩柱体 $ABB'A'$ 下沉, 产生垂直破裂面 AB 和 $A'B'$ 。

A、巷道顶部下沉的跨度为:

$$2a_1 = 2 \left[a + H \tan(45^\circ + \frac{\phi}{2}) \right]$$

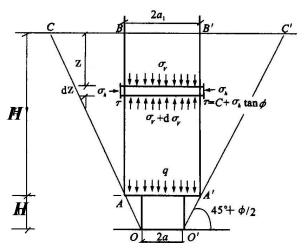


图 太沙基理论计算简图

$$2a_1 = 2 \left[a + H \tan(45^\circ + \frac{\phi}{2}) \right]$$

B、巷道顶压

巷道顶压计算方法同上, 只需将以上各式中的 a 以 a_1 代替即可。

$$q_v = \sigma_{v(z=H)} = \frac{a_1\gamma - c}{\lambda \tan\phi} \left(1 - e^{-\frac{\lambda \tan\phi}{a_1} H} \right) + pe^{-\frac{\lambda \tan\phi}{a_1} H}$$

若 $H \rightarrow \infty$, $c=0$, $p=0$ 时, 巷道顶压: $q_v = \sigma_v = \frac{a_1\gamma}{\lambda \tan\phi}$

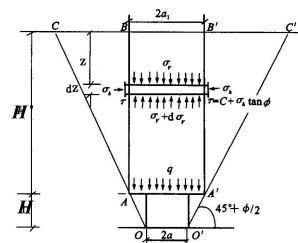


图 太沙基理论计算简图

C、单位长度巷道上的顶压为：

$$p_v = 2aq_v$$

D、支架受到的总的侧压力 Q_h ：

可按滑动土体上有均布荷载 q 作用的挡土墙上主动土压力公式计算，即

$$p_1 = q_v K_a = q_v \tan^2(45^\circ - \frac{\varphi_k}{2})$$

$$p_2 = (q_v + \gamma H) K_a$$

$$Q_h = \frac{1}{2}(P_1 + P_2)H = (\frac{1}{2}\gamma H^2 + q_v H) \tan^2(45^\circ - \frac{\varphi}{2})$$

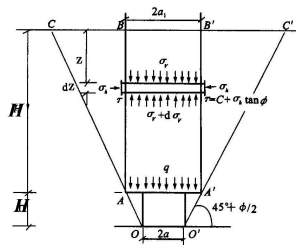


图 太沙基理论计算简图

例题 某矩形巷道，宽度为 4 m，高度为 3 m，布置在泥质页岩中，岩石的换算内摩擦角 $\varphi_k = 71^\circ$ ，岩石重度 $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ ，按普氏地压理论试求：

- (1) 拱的跨度和高度；
- (2) 自然平衡拱的方程式；
- (3) 支架所受的顶压等于多少？

解： $2a = 4 \text{ m}$ ， $f = \tan 71^\circ = 2.9$ ， $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$

(1) 压力拱跨度 $2a = 4(\text{m})$

压力拱高度 $b = a/f = 2/2.9 = 0.69 (\text{m})$

(2) 压力拱方程式： $y = x^2/b/a^2 = 0.172 x^2$

(3) 总顶压力 $Q_v = \frac{4a^2\gamma}{3f} = 36.78 (\text{kN/m})$

§ 6-6 巷道支护

岩体作为支护结构的组成部分，与支护结构组成共同存载体，它们之间互相依存，互相制约，协调变形，共同承担全部围岩压力。

一、高壁式支护的力学作用

特点：高壁式支护结构如木支架、钢支架、混凝土砌碛以及钢筋混凝土支架等与围岩部分点接触和部分面接触。

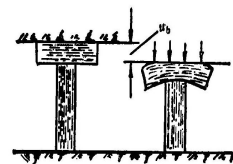


图 带短梁立柱的变形

1、被动承受围岩压力。

2、支护及时时，围岩变形还未达到极限的情况下，在点接触或面接触处承受围岩所产生的压力（变形压力），未与围岩接触处承受围岩松脱冒落的自重压力（松脱压力）。

3、在完全不接触的情况下，或支护不及时时，围岩已发生松脱，则只承受松脱压力。

二、喷锚支护的力学作用

特点：喷锚支护是喷射混凝土支护与锚杆支护的联合支护，其特点是通过加固围岩，提高围岩的自承能力达到维护巷道的目的。

1、喷射混凝土的力学作用

- (1) 加固围岩。
- (2) 改善围岩的应力状态。

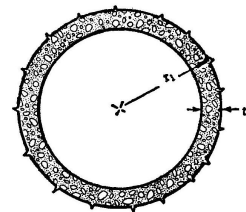
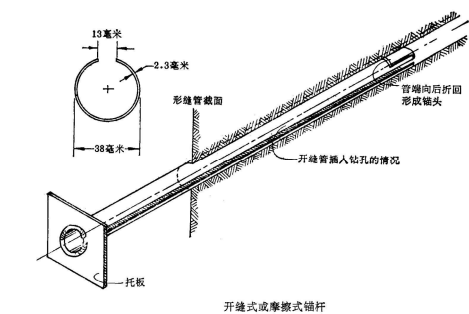
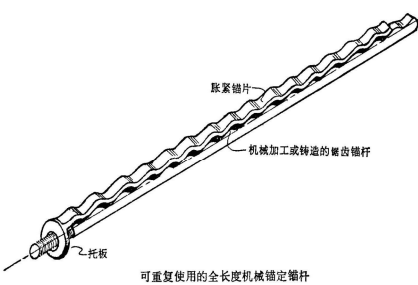


图 混凝土衬砌

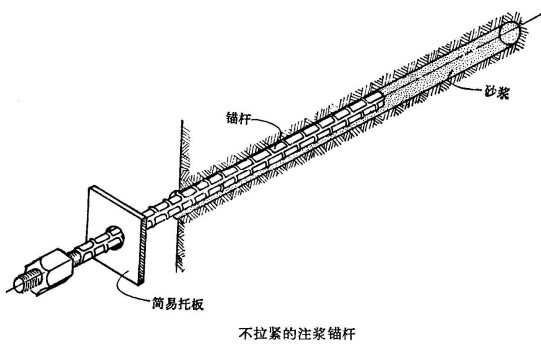
2、锚杆支护的力学作用



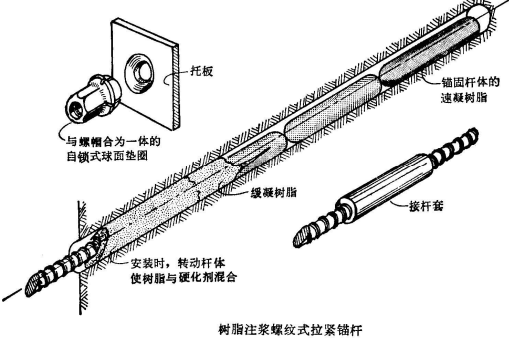
2、锚杆支护的力学作用



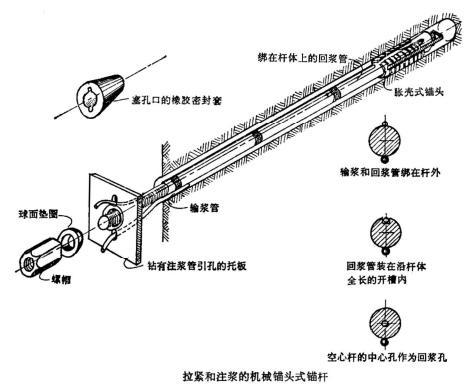
2、锚杆支护的力学作用



2、锚杆支护的力学作用



2、锚杆支护的力学作用



端部锚固式锚杆

锚杆的受力状态如图所示。

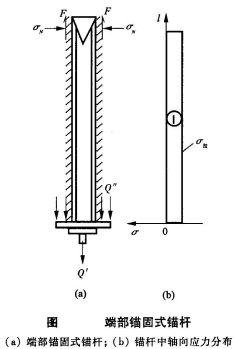
设锚杆预拉力为 Q' ，岩体变形所产生的拉力为 Q'' ，则锚杆的拉应力 σ 为：

$$\sigma = \frac{4}{\pi \cdot d^2} (Q' + Q'') = \frac{4Q}{\pi \cdot d^2}$$

式中： d 为锚杆的直径。

$$Q = Q' + Q''$$

Q 为锚杆所需的最小锚固力，由拉拔试验确定。



全长锚固式锚杆

锚杆的受力状态如图所示。

锚杆设计必须满足下式：

$$\pi d L_1 \tau \geq \frac{\pi \cdot d^2}{4} \sigma_t \geq Q$$

式中：d——锚杆的直径；

σ_t ——锚杆材料抗拉强度；

Q——锚杆变形或移动所产生的最大拉力即最小锚固力，由拉拔试验确定；

τ ——粘结材料与锚杆和孔壁之间的粘结强度。

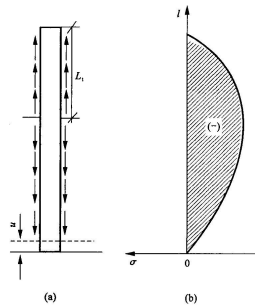


图 全长粘结式锚杆
(a) 锚杆受力状态；(b) 锚杆中拉应力分布

(2) 锚杆群的力学作用

A、悬吊作用

B、组合作用

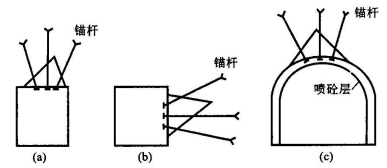


图 锚杆群的力学作用

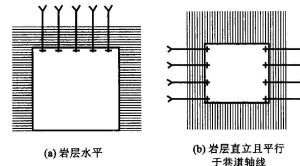


图 锚杆群的组合作用

C、挤压加固作用

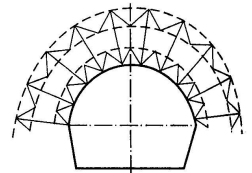
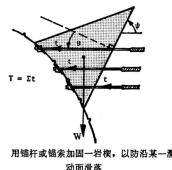
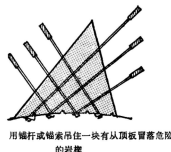
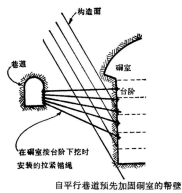


图 锚杆群的挤压加固作用

2、锚杆支护的力学作用



3、喷锚联合支护的力学作用

(1) 开挖后，在巷道周边形成松动圈和塑性变形区。喷射混凝土支护，一方面水泥砂浆的胶结作用提高了松动圈的整体稳定性，另一方面喷射混凝土层的柔性，允许围岩发生较大的位移而不发生松脱，能充分发挥围岩的自支承能力。

(2) 锚杆的挤压加固与围岩变形的相互作用，进一步加固围岩，提高其整体承压能力。

喷锚联合支护是软弱破碎岩体的一种最有效的支护形式，具有主动加固围岩、充分发挥围岩的自支承能力、良好的抗震性能等优点。

§ 6-7 竖井围岩应力计算及稳定性分析

一、圆形竖井围岩应力分布

1、分析方法

理论上，竖井围岩应力分析属空间问题，在实用中，径向应力和切向应力按平面应力计算，垂直应力按岩体自重应力计算。

井筒可看成是一个半无限体中的垂直孔，沿水平方向截取其中一薄层，可将其视为一个带圆孔的双向压板。

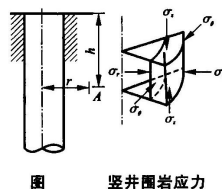


图 竖井围岩应力

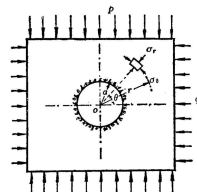


图 圆形竖井周围的应力分布

2、围岩应力分布

在自重应力场中：

原岩垂直应力 $\sigma_z = \gamma_a h$

原岩水平应力

$$\sigma_x = \sigma_y = \frac{\mu}{1-\mu} \gamma_a h = q$$

$$\begin{cases} \sigma_r = q(1 - \frac{a^2}{r^2}) \\ \sigma_\theta = q(1 + \frac{a^2}{r^2}) \\ \sigma_z = \gamma_a h \end{cases}$$

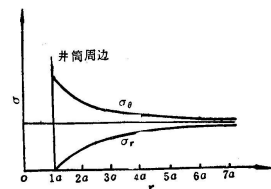


图 竖井围岩的应力分布

其中：

$$\gamma_a = \frac{\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \cdots + \gamma_n h_n}{h_1 + h_2 + \cdots + h_n}$$

式中 σ_r , σ_θ 分别为距井筒中心为 r 处的径向应力和切向应力, q 为原岩水平应力, a 为井筒半径, h 为计算点的深度, γ_a 为计算点上覆岩层的加权平均重度, n 为上覆岩层层数。

在构造应力场中的围岩应力分布

设原岩水平应力为 p 、 q ,

原岩垂直应力 $\sigma_z = \gamma_a h$

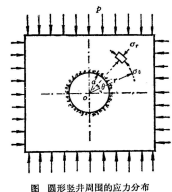


图 圆形竖井周围的应力分布

竖井围岩应力：

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{p+q}{2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) + \frac{q-p}{2} \left(1 - 4\frac{a^2}{r^2} + 3\frac{a^4}{r^4}\right) \cos 2\theta \\ \sigma_\theta = \frac{p+q}{2} \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) - \frac{q-p}{2} \left(1 + 3\frac{a^4}{r^4}\right) \cos 2\theta \\ \tau_{r\theta} = \frac{q-p}{2} \left(1 + 2\frac{a^2}{r^2} - 3\frac{a^4}{r^4}\right) \sin 2\theta \\ \sigma_z = \gamma_a h \end{cases}$$

(一) 表土的稳定性评价

土体的稳定性可用莫尔—库伦强度理论来进行评价。若土的粘结力很小, 可忽略。

$$\tau = \sigma \cdot \tan \phi$$

竖井井筒周边：最大主应力为自重引起的垂直应力 $\sigma_v = \gamma h$, 最小主应力是径向应力 $\sigma_r = 0$, 根据莫尔库伦强度理论, 井筒土体的破坏面是圆锥面, 如图。

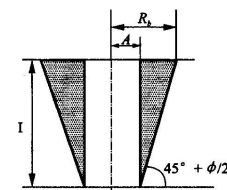


图 井筒表示破坏方式

二、竖井围岩稳定性评价

竖井井筒一般都要穿过表土层和基岩层, 由于二者物理力学性质差异很大, 因此, 在评价围岩稳定性时, 应分别进行。

(二) 基岩的稳定性评价

竖井进入基岩层后, 围岩的稳定性与基岩中的原岩应力状态、岩体力学性质和岩体构造有关。

1、原岩应力状态对竖井围岩稳定性的影响

岩体均质、连续、各向同性, 则井筒围岩的稳定性主要受原岩应力状态控制。

(1) 原岩应力场以自重应力场为主, 井筒围岩应力:

$$\sigma_r = \frac{\mu}{1-\mu} \gamma_a h \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right)$$

$$\sigma_\theta = \frac{\mu}{1-\mu} \gamma_a h \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right)$$

$$\sigma_z = \gamma_a h$$

竖井井筒周边 ($r=a$):

$$\sigma_\theta = \frac{2\mu}{1-\mu} \gamma_a h, \quad \sigma_r = 0, \quad \sigma_z = \gamma_a h$$

竖井井筒周边 ($r=a$): $\sigma_\theta = \frac{2\mu}{1-\mu}\gamma_a h$, $\sigma_r = 0$, $\sigma_z = \gamma_a \cdot h$

当 $\sigma_\theta > \sigma_z$, 即 $\frac{2\mu}{1-\mu} > 1$

则井筒的最大主应力为切向应力 σ_θ , 井筒破坏条件:

$$\sigma_\theta = \frac{2\mu}{1-\mu}\gamma_a \cdot h_{cr} \geq \sigma_c$$

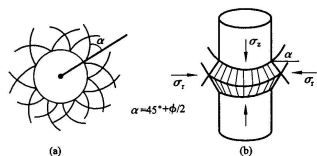


图 各向同性岩体中井筒围岩破坏方式
(a) 在井筒 $r-\theta$ 面上发生剪切破坏;
(b) 在井筒 $r-z$ 面上产生的剪切破坏

式中 σ_c 为岩体的单轴抗压强度, h_{cr} 为临界深度。

$$h_{cr} = \frac{1-\mu}{2\mu\gamma_a} \cdot \sigma_c \quad \sigma_c = \frac{2c \cdot \cos \varphi}{1-\sin \varphi}$$

例题 某矿山掘进一圆形竖井, 竖井半径为2m, 井筒在400深处穿过一软弱夹层, 问井筒在该处是否稳定? 已知岩层的 $\gamma=27\text{kN/m}^3$, 软弱夹层的 $c=3.2\text{ Mpa}$, $\varphi=30^\circ$, $\mu=0.35$ 。

解: $\lambda=1$, $r=a=2\text{m}$, $\mu=0.35$, $\varphi=30^\circ$, $c=3.2\text{ Mpa}$

$$\sigma_z = \gamma h = 27 \times 400 = 10800 \text{ (kpa)} = 10.8\text{Mpa}$$

$$\sigma_x = \sigma_y = p = \frac{\mu}{1-\mu}\sigma_z = 5.82\text{ Mpa}$$

$$\sigma_r = (1 - \frac{a^2}{r^2})p = 0 \quad \tau_{r\theta} = 0$$

$$\sigma_\theta = (1 + \frac{a^2}{r^2})p = 2p = 11.64\text{ Mpa}$$

可见: $\sigma_1 = \sigma_\theta$, $\sigma_3 = \sigma_r = 0$

竖井井筒周边 ($r=a$): $\sigma_\theta = \frac{2u}{1-\mu}\gamma_a h$, $\sigma_r = 0$, $\sigma_z = \gamma_a \cdot h$

当 $\sigma_\theta < \sigma_z$, 即 $\frac{2u}{1-\mu} < 1$

则井筒的最大主应力为垂直应力 σ_z , 井筒破坏条件:

$$\sigma_z = \gamma_a \cdot h_{cr} \geq \sigma_c$$

式中 σ_c 为岩体的单轴抗压强度, h_{cr} 为临界深度。

$$h_{cr} = \frac{\sigma_c}{\gamma_a}$$

例题 某矿山掘进一圆形竖井, 竖井半径为2m, 井筒在400深处穿过一软弱夹层, 问井筒在该处是否稳定? 已知岩层的 $\gamma=27\text{kN/m}^3$, 软弱夹层的 $c=3.2\text{ Mpa}$, $\varphi=30^\circ$, $\mu=0.35$ 。

$$\sigma_1 = \sigma_\theta = 11.64\text{ Mpa}, \quad \sigma_3 = \sigma_r = 0$$

井筒破坏判据: $\sigma_1 \geq \frac{2c \cdot \cos \varphi}{1-\sin \varphi}$

$$\frac{2c \cdot \cos \varphi}{1-\sin \varphi} = \frac{2 \times 3.2 \times \cos 30^\circ}{1-\sin 30^\circ} = 11.07 \text{ Mpa}$$

$$\therefore \sigma_1 = \sigma_\theta = 11.64 > 11.07$$

\therefore 在400m软弱夹层处井壁不稳定。

例题 在完整性良好的花岗岩中掘进一圆形巷道, 其半径为4m, 埋深220 m, 岩体重度 $\gamma=27\text{kN/m}^3$, 单轴抗压强度 $\sigma_c=10.2\text{Mpa}$, 侧压力系数 $\lambda=1$, 问该巷道围岩是否稳定?

解: 在220 m深处原岩应力为 p :

$$p = \sigma_z = \gamma h = 27 \times 220 = 5940 \text{ kPa} = 5.94\text{ Mpa}$$

$$\text{巷道围岩应力为: } \sigma_r = p(1 - \frac{a^2}{r^2}), \quad \sigma_\theta = p(1 + \frac{a^2}{r^2}), \quad \tau_{r\theta} = 0$$

$$\text{在巷道壁, } \sigma_r = 0, \quad \sigma_\theta = 2p = 2 \times 5.94 = 11.88\text{ Mpa}$$

$$\sigma_1 = \sigma_\theta, \quad \sigma_3 = \sigma_r = 0$$

$$\text{莫尔-库伦破坏判据为: } \sigma_1 - (\frac{1+\sin \varphi}{1-\sin \varphi} \sigma_3 + \sigma_c) \geq 0$$

$$\sigma_\theta \geq \sigma_c \quad \text{可见巷道围岩不稳定。}$$

(2) 原岩应力场以构造应力场为主

在构造应力场中, 原岩应力的最大主应力大多在水平方向, 如果最小主应力也在水平方向, 且 $q_1 > q_2$, 则在井筒两壁产生应力集中, 井筒两壁可能发生剪切破坏, 如图所示。

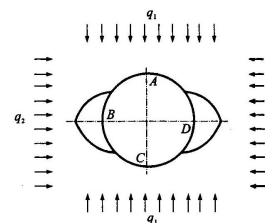


图 在构造应力场中竖井围岩破坏

如果 $q_2/q_1 < 1/3$, 井壁A、C点则产生拉应力, 可能产生拉破坏。
如果 $q_2/q_1 > 3$, 井壁B、D点则产生拉应力, 可能产生拉破坏

2、岩体构造对井筒围岩稳定性的影响

(1) 井筒附近断层对井筒围岩稳定性的影响

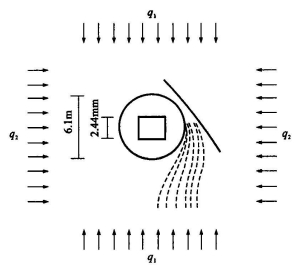


图 附近断层对井筒围岩应力分布的影响

(2) 斜截断层对井筒围岩稳定性的影响

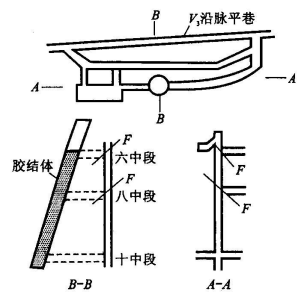


图 斜截断层对竖井稳定性的影响

(3) 节理岩体中竖井的稳定性问题

在节理化岩体中，采空区围岩移动方向和移动范围，往往受主节理控制，移动角接近于主节理倾角。

(三) 竖井井壁压力计算

竖井井壁压力计算是设计井筒衬砌或支护的依据。

1、表土层中井壁压力计算的依据

表土层中井壁压力显现的形式：

- A、土体产生剪切破坏，形成空心圆锥形滑移体，作用在衬砌上一个水平分布力；
- B、粘土矿物含量高，遇水膨胀或冻胀，对井壁产生膨胀压力；
- C、流沙等流动性土体对井壁产生流动性压力。

(1) 平面挡土墙计算法

土体产生剪切破坏，形成空心圆锥形滑移体。将井壁视为平面挡土墙，将土体或破碎岩体视为无粘结力的松散体，作用在井壁衬砌上的压力按主动土压力计算。

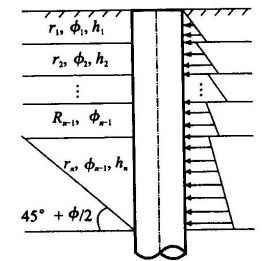


图 平面挡土墙法计算图

$$p_n^s = \sum_{i=1}^{n-1} \gamma_i h_i \tan^2(45^\circ - \frac{\varphi_n}{2})$$

$$p_n^x = \sum_{i=1}^n \gamma_i h_i \tan^2(45^\circ - \frac{\varphi_n}{2})$$

式中： p_n^s ， p_n^x 为第n层上界点和下界点处井壁压力， h_i 为第i层土厚度， φ_n 为第n层土的内摩擦角。

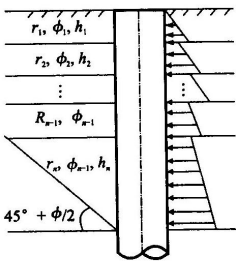
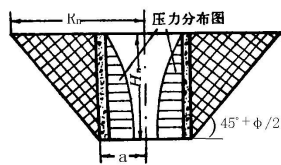


图 平面挡土墙法计算图

(2) 空心圆柱体挡土墙计算法

将井筒按空间结构物考虑，将下滑土体看成是空心圆锥体，采用空间轴对称极限平衡方程求解，其计算公式为：

$$p_n^s = q_n \left(\frac{a}{R_n} \right)^{N_n} \lg^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi_n}{2} \right)$$



圆柱形挡土墙主动土压力计算图

$$p_n^x = \frac{\gamma_n \cdot a}{N_n - 1} \lg \left(45^\circ - \frac{\varphi_n}{2} \right) \left[1 - \left(\frac{a}{R_n} \right)^{N_n - 1} \right]$$

$$+ q_n \left(\frac{a}{R_n} \right)^{N_n} \lg^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi_n}{2} \right) + c_n \lg \varphi_n \left[\left(\frac{a}{R_n} \right)^{N_n} \lg^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi_n}{2} \right) - 1 \right]$$

(3) 悬浮体计算法

将地下水位线以下的土体视为悬浮体，分别计算悬浮体和地下水对井筒衬砌的压力，从而对平面挡土墙和空心圆柱体挡土墙计算作了2点共同的修正。

A、用悬浮体重度代替土体天然重度

$$\gamma' = \frac{V_s(G_s - 1)}{V} = \frac{V_s(G_s - 1)}{V_s + V_v}$$

式中： G_s —土颗粒比重；

V —土体体积， $V = V_s + V_v$ ；

V_s , V_v —分别为土体中土粒的体积和孔隙的体积。

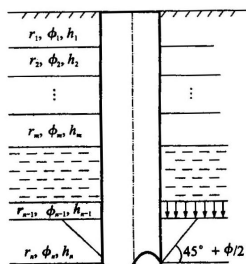


图 悬浮体计算法示意图

平面挡土墙公式：

根据以上2点的修正，平面挡土墙公式变为：

$$p_n^s = \left[\sum_{i=1}^m \gamma_i h_i + \sum_{i=m+1}^{n-1} (\gamma_b)_i h_i \right] \lg^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi_n}{2} \right) + \alpha \sum_{i=m+1}^{n-1} \gamma_w h_i$$

$$p_n^x = \left[\sum_{i=1}^m \gamma_i h_i + \sum_{i=m+1}^n (\gamma_b)_i h_i \right] \lg^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi_n}{2} \right) + \alpha \sum_{i=m+1}^n \gamma_w h_i$$



式中：

q_n —计算土层以上的土层传来的均布压力， $q_n = \sum_{i=1}^{n-1} \gamma_i h_i$

N_n —计算简化系数， $N_n = 2 \lg \varphi_n \lg (45^\circ + \varphi_n/2)$

R_n — $R_n = a + h \lg (45^\circ - \varphi_n/2)$ ，

h —计算土层上界点至计算点的高度；

a —井筒半径；

C_n , γ_n , φ_n —第 n 层岩层的粘结力、重度、内摩擦角。

B、地下水对井壁的压力

地下水对井壁的压力单独计算，等于计算点处的静水压力。如果井壁衬砌渗漏，可考虑一个折减系数 α ($=0.8-0.9$)，即

$$p_w = \alpha \sum_{i=m+1}^n \gamma_w h_i$$

式中：

m —地下水位以上土层数；

γ_w —水的重度， $\gamma_w = 9.8 \text{ kN/m}^3$ ；

n —由地表至计算土层的土层数。

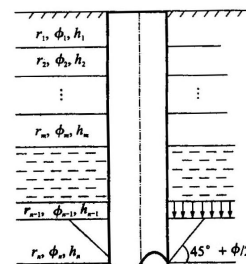


图 悬浮体计算法示意图

空心圆柱体挡土墙公式：

根据以上2点的修正，空心圆柱体挡土墙公式变为：

$$p_n^s = \left[\sum_{i=1}^m \gamma_i h_i + \sum_{i=m+1}^{n-1} (\gamma_b)_i h_i \right] \left(\frac{a}{R_n} \right)^{N_n} \lg^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi_n}{2} \right) + \alpha \sum_{i=m+1}^{n-1} \gamma_w h_i$$

$$p_n^x = \frac{(\gamma_b)_n \cdot a}{N_n - 1} \lg^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi_n}{2} \right) \left[1 - \left(\frac{a}{R_n} \right)^{N_n - 1} \right] + \left[\sum_{i=1}^m \gamma_i h_i + \sum_{i=m+1}^{n-1} (\gamma_b)_i h_i \right] \left(\frac{a}{R_n} \right)^{N_n} \lg^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi_n}{2} \right) + \alpha \sum_{i=m+1}^n \gamma_w h_i$$

(4) 动土压力计算法

将流动性土体如流沙视为水、土混合的重液，其重度为 $(1.1 \sim 1.3) \gamma_w$ (kN/m³)，按下式计算井壁压力：

$$P = (1.1 \sim 1.3) \cdot \gamma_w \cdot H$$

2、基岩中井壁压力计算

只发生破坏的基岩才会对井壁衬砌产生压力，同时，按照临界深度计算判断井筒围岩的稳定性时，已考虑了上覆岩层的自重压力，因此，可以认为不破坏的基岩层以上的岩层对其下不稳定层井壁压力计算无影响，只须计算破坏层对井壁的压力，计算简图如图所示。

松脱压力计算法
弹塑性变形地压计算法

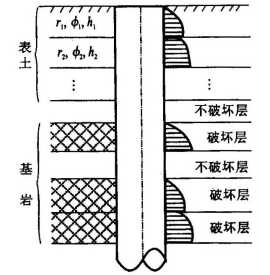


图 基岩中井壁压力计算示意图